SÉRIES : *MTE-TSEco-STG*

Exercice 1 .... (4 pts)

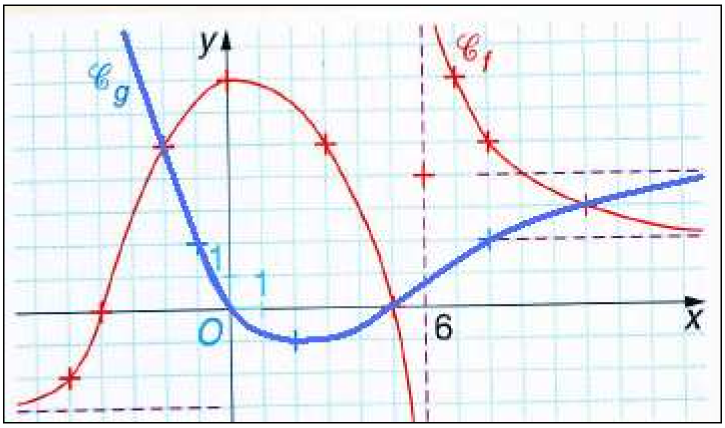
1-/ Développer le polynôme P(X) = (X + 1) (X – 2)

2-/ On désigne par ln(x) le logarithme népérien de x. En utilisant le résultat précédent, résoudre dans IR les équations suivantes :

a-/ $(\ln(x))^2 - \ln(x) - 2 = 0$; **b-/** $e^x - 1 = 2e^{-x}$; **c-/** $2^{(x^2)} = 4\times 2^x$

Exercice 2 .... (6 pts)

Soit f et g deux fonctions représentées ci-dessous par les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.



a-/ Donner les domaines de définition de f et g et les limites aux bornes. Dresser leurs tableaux des variations.

b-/ Résoudre les équations : $f(x) = 0$; $g(x) = 0$; $f(x) = 5$; $g(x) = 2$.

c-/ De quelle équation 0 et 7 sont-elles les seules solutions ?

d-/ Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

e-/ Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = x$?

On donnera les valeurs approchées ou exactes.

f-/ Soit $\mathscr{D}$ la droite d'équation $y = \dfrac{-5x + 25}{7}$. Indiquer les coordonnées de deux points appartenant à cette droite $\mathscr{D}$.

TSVP

Problème..(**10 pts**)

Une entreprise fabrique une quantité x d'un produit, exprimée en milliers de tonnes, dont le coût marginal C défini sur [0 ; 10] par : $\mathrm{C}(x) = x + \dfrac{4}{x+1}$

Le but du problème est d'étudier le coût total C_T et le coût moyen C_m de la production, puis de minimiser le coût moyen. Les coûts sont exprimés en centaines de milliers de francs.

A.// Étude de C_T.

La fonction C_T est la primitive de C qui s'annule pour $x = 0$. Vérifier que :

$$\mathrm{C}_T(x) = \frac{x^2}{2} + 4\ln(x+1).$$

B.// Étude d'une fonction auxiliaire f.

On considère la fonction f, définie sur [0 ; 10] par : $f(x) = x^2 + \dfrac{8x}{x+1} - 8\ln(x+1)$.

1-/ Montrer que la fonction dérivée f'de f est donnée par :

$$f'(x) = \frac{2x(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$$

2-/ Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle [0 ; 10].

En déduire que f s'annule pour une valeur a unique de]0 ; 10[.

Vérifier que 1,712 est la valeur approchée par défaut à 10^{-3} près de a.

3-/ En déduire le signe de f sur [0 ; 10].

C.// Étude du coût moyen C_m.

La fonction C_m est définie sur]0 ; 10] par : $\mathrm{C}_m(x) = \dfrac{\mathrm{C}_T(x)}{x} = \dfrac{x}{2} + 4\dfrac{\ln(x+1)}{x}$

1-/ Calculer la dérivée C'_m de C_m.

Vérifier que l'on peut écrire : $\mathrm{C}'_m(x) = \dfrac{f(x)}{2x^2}$ où f est la fonction auxiliaire introduite dans la question 2.

2-/ Étudier le sens de variation de C_m sur] 0 ; 10].

3-/ Pour quelle production l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimum, et quel est ce coût ?

<u>NB</u> : La calculatrice est autorisée.