BAC 2014

SÉRIE: ***TSEco***

Le sujet est composé de quatre exercices tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2 (*Vérifiez que les pages sont au complet*). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 .... (5 points)

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année de 5% la quantité de déchets qu'elle rejette par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n, on note $\mathbf{r}_n$ la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année $(2007 + n)$. On a alors $\mathbf{r}_0 = 40\,000$.

1-/ a-/ Calculer $\mathbf{r}_1$ et $\mathbf{r}_2$. ***(0,5pt)***
b-/ Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $\mathbf{r}_{n+1} = 0{,}95\,\mathbf{r}_n + 200$. ***(0,5pt)***

2-/ Soit $(\mathbf{S}_n)$ la suite définie pour tout entier naturel n par $\mathbf{S}_n = \mathbf{r}_n - 4\,000$

a-/ Démontrer que la suite $(\mathbf{S}_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. ***(1 pt)***
b-/ Pout tout entier naturel n, exprimer $(\mathbf{S}_n)$ en fonction de n. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $\mathbf{r}_n = 36\,000 \times 0{,}95^n + 4\,000$. ***(1 pt)***
c-/ La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier. ***(1 pt)***
d-/ Déterminer la limite de la suite $(\mathbf{r}_n)$ quand n tend vers l'infini. **(1 pt)**
e-/ Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011. ***(0,5pt)***

Exercice 2 .... (5 points)

1-/ Dans un lycée, 55% des élèves sont des filles et 25% des filles sont des déplacées. Quelle est le pourcentage des filles déplacées dans ce lycée ? ***(1 pt)***

Combien de filles déplacées cela représente-t-il si le lycée compte 225 élèves au total ? ***(1 pt)***

2-/ Un boulanger qui fabrique 5 200 baguettes de pain quotidiennement, sait que pendant les fêtes traditionnelles il doit augmenter sa production de 15% par jour. Calculer le nombre de baguettes qu'il aura fabriqué au bout d'une semaine de fêtes. ***(1 pt)***

3-/ La robe de FADIMA mesurait 1,68m. Après le premier lavage, il mesurait 3% de moins et après le deuxième lavage, il mesurait 1,5% de moins. Calculer la longueur de cette robe après le deuxième lavage. ***(1 pt)***

4-/ Dans chacun des trois cas ci-dessus, nommer le type de pourcentage utilisé. ***(1 pt)***

TSVP ☞ 📖

Exercice 3 .... (5 points)

Le but de cet exercice est de déterminer le bénéfice maximum réalisable pour la vente d'un produit « alpha » fabriqué par une entreprise. Toute l'étude porte sur un mois complet de production.

Le coût marginal de fabrication du produit « alpha » par l'entreprise est modélisé par la fonction $\mathcal{C}_m$ définie sur l'intervalle [1 ; 20] par :

$$\mathcal{C}_m(q) = 4 + (0{,}2q^2 - 2q)e^{-0{,}2q}$$

q étant la quantité exprimée en tonnes et $\mathcal{C}_m(q)$ son coût exprimé en milliers de francs CFA.

1-/ La fonction coût total est modélisée par la fonction $\mathcal{C}_T$ définie sur l'intervalle [1 ; 20] par : $\mathcal{C}_T(q) = 4q - q^2e^{-0{,}2q}$. Vérifier que cette fonction $\mathcal{C}_T$ est une primitive de la fonction $\mathcal{C}_m$ sur l'intervalle [1 ; 20]. **(*1 pt*)**

2-/ La fonction coût moyen, notée $\mathcal{C}_M$ est la fonction définie sur l'intervalle [1 ; 20] par :

$$\mathcal{C}_M(q) = \frac{\mathcal{C}_T(q)}{q}$$

a-/ Vérifier que $\mathcal{C}_M(q) = 4 - qe^{-0{,}2q}$. **(*0,5 pt*)**

b-/ Déterminer la fonction dérivée $\mathcal{C}'_M$ de la fonction $\mathcal{C}_M$. **(*1 pt*)**

c-/ Pour quelle production mensuelle q_0 (exprimée en tonne) l'entreprise a-t-elle un coût moyen minimal ? **(*1 pt*)**

Quel est ce coût ? Pour cette production q_0, quelle est la valeur du coût marginal ? **(*1,5 pt*)**

Exercice 4 .... (5 points)

Le prix d'un article augmente régulièrement sur le marché depuis maintenant quinze ans. On observe les résultats suivants sur les huit dernières années :

Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix y_i en francs	1 650	1 725	1 740	1 750	1 825	1 850	1 950	1 960

1-/ Tracer le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère d'unités graphiques. **(*1 pt*)**

1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ;
2 cm pour 100 F sur l'axe des ordonnées (graduer l'axe des ordonnées à partir de 1 600 F).

2-/ a-/ Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent. **(*1 pt*)**
b-/ Déterminer une équation de la droite d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés : les coefficients de l'équation seront arrondis à l'unité. **(*1 pt*)**
c-/ Tracer cette droite d'ajustement dans le repère de la question **1-/**. **(*0,5 pt*)**

3-/ On considère que cette droite permet un ajustement de la série statistique valable jusqu'en 2022.

a-/ Estimer, à l'aide du graphique, le prix moyen annuel de l'article en 2017. **(*0,5 pt*)**
b-/ Le prix de l'article atteindra-t-il 2400 F avant 2022 ? Justifier la réponse. **(*1 pt*)**