LES FONCTIONS AFFINES

1. PRESENTATION

a. Définition

Soit a et b deux réels.

La fonction f telle que $f(x) = ax + b$ est appelée fonction affine.

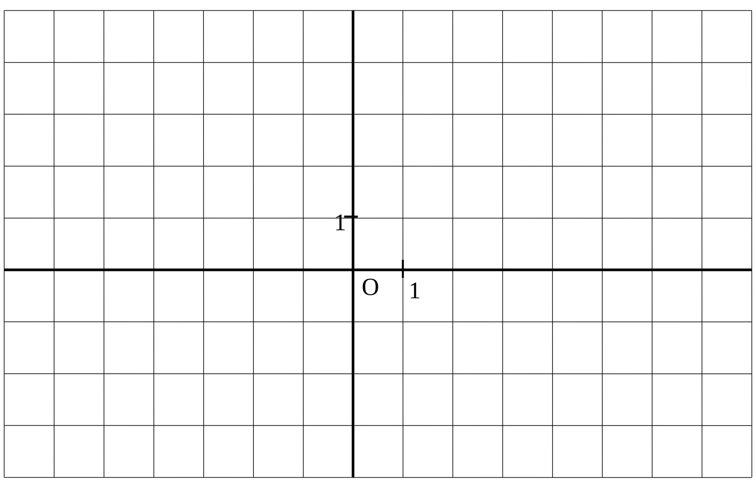
Son ensemble de définition est $Df =]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$

b. Représentation graphique.

La représentation graphique de f est une droite d'équation $y = ax + b$

a est appelé coefficient directeur

b est appelé ordonnée à l'origine



$f(x) = -0,5x + 2$

$a =$

$b =$

Cas particuliers :

- Si $a = 0$ alors $f(x) =$ est représentée par une droite parallèle à

- Si $b = 0$ alors $f(x) =$ est appelée fonction linéaire et est représentée par une droite passant par

c. <u>Variations</u>

Si $a > 0$ alors f est croissante

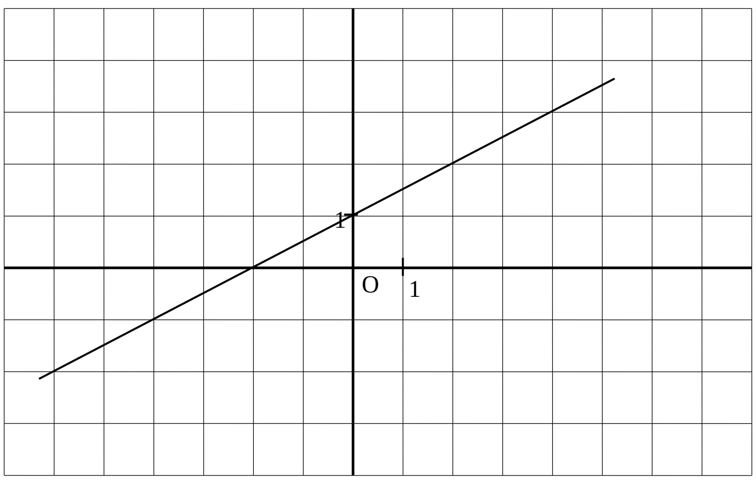
x	
$ax+b$	

Si $a < 0$ alors f est décroissante

x	
$ax+b$	

2. <u>LECTURES GRAPHIQUES DE a ET b</u>

- Soit $A(x_A;x_B)$ et $B(x_B;y_B)$ deux points de la droite. Alors $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$



$A(\quad;\quad)$

$B(\quad;\quad)$

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} =$

- L'ordonnée à l'origine b est $f(0)$ ou l'image de 0.

Dans le cas ci-dessus, $b =$

Donc la droite représente la fonction f telle que : $f(x) =$

<u>En pratique, pour la détermination de a, coefficient directeur :</u>

- On regarde d'abord si la droite est croissante ou décroissante.

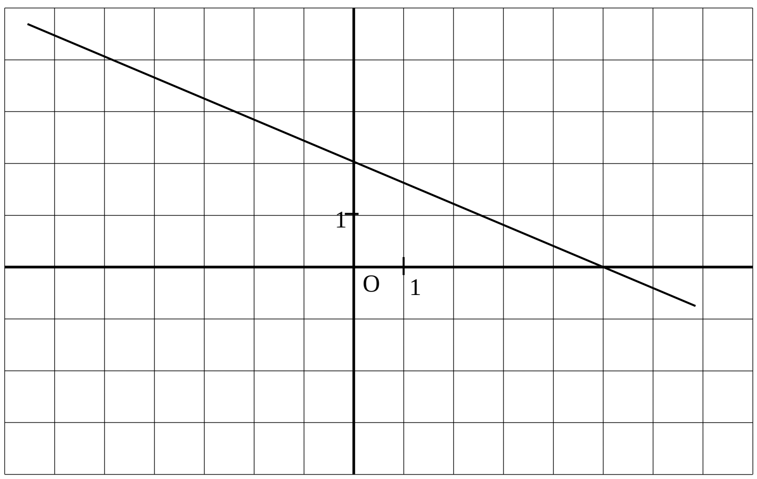
Si elle est croissante, alors $a > 0$

Si elle est décroissante alors $a < 0$

- On choisit 2 points de la droite dont on connaît bien les coordonnées (valeurs entières de préférence) puis on lit le rapport :

$$\frac{\text{différence des ordonnées entre les 2 points}}{\text{différence des abscisses entre les 2 points}} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Donc $a = (\text{signe}) \times \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$



$a =$

de plus $b =$

donc $f(x) =$

3. EQUATIONS A UNE INCONNUE

a. Définition

Soit une équation d'inconnue x.

Résoudre l'équation consiste à déterminer toutes les valeurs de x (appelées solutions) qui vérifient l'équation.

b. Résolution d'une équation du premier degré.

L'équation : $ax + b = 0$ est appelée équation du premier degré à une inconnue (l'exposant de x est 1 d'où « premier degré »)

Exemples : résoudre les équations du premier degré suivantes :

$* \ 2x-5=0$

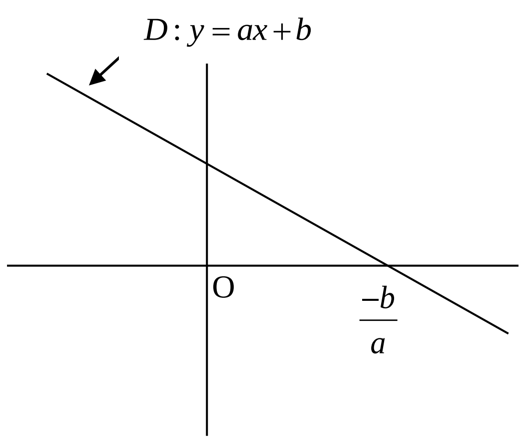
$* \ \sqrt{3}x=2$

$* \ 2x=\left(1+\sqrt{5}\right)x-6$

<u>Graphiquement :</u>

Soit $f(x)=ax+b$. Résoudre $ax+b=0$ revient à résoudre $f(x)=0$ soit à déterminer l'abscisse du point d'intersection de la droite $D: y=ax+b$ avec (Ox)

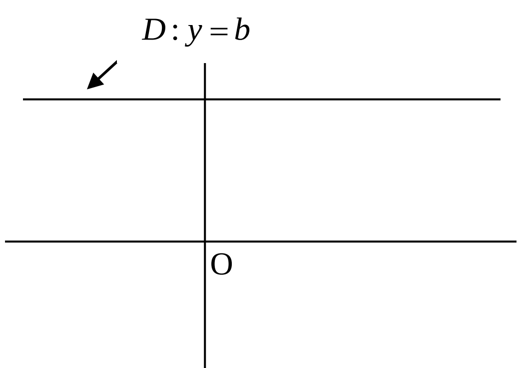
$*$Si $a \neq 0$



Une intersection donc :

$S=$

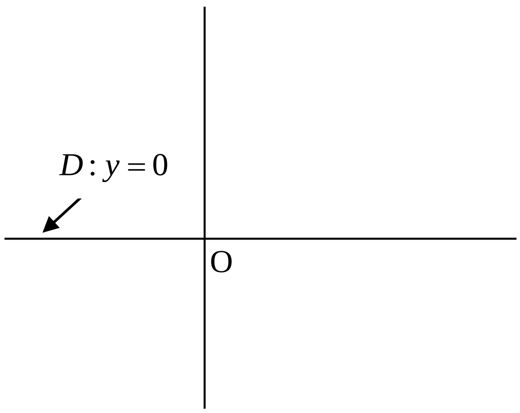
$*$ Si $a=0$ et $b \neq 0$



Pas d'intersection donc :

$S=$

$*$Si $a=0$ et $b=0$



D est confondue avec (Ox) donc :

$S=$

c. <u>Résolution d'autres équations se ramenant au premier degré</u>

Exemples :

- Soit l'équation : $x^2-1=0$

Cette équation est du second degré (l'exposant de x est 2) et nous ne savons résoudre cette équation que si nous factorisons x^2-1 en produit de deux facteurs du premier degré. On dit que cette équation se ramène au premier degré.

Résolvons cette équation :

- Soit l'équation : $1-\dfrac{2x+3}{x-1}=0$.

De même cette équation se ramène au premier degré car après réduction au même dénominateur, on trouve une équation équivalente qui est :

Résolvons cette équation :

<u>En résumé :</u>

> Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul :
>
> $(A)\times(B)=0 \Leftrightarrow$
>
> En particulier : $(ax+b)(cx+d)=0 \Leftrightarrow$

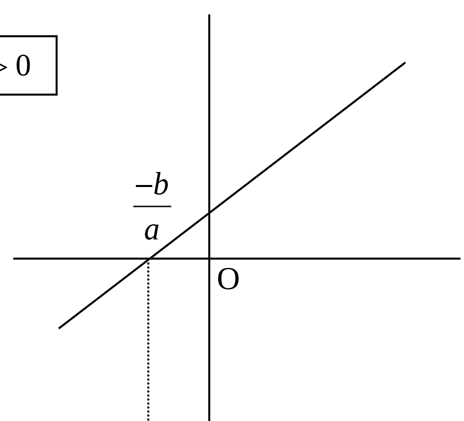
> Un quotient est nul si, et seulement si, le numérateur est nul et le dénominateur non nul :
>
> $\dfrac{A}{B}=0 \Leftrightarrow$
>
> En particulier : $\dfrac{ax+b}{cx+d}=0 \Leftrightarrow$

4. SIGNE DE $f(x)=ax+b$

Soit $f(x)=ax+b$ et $D: y=ax+b$ sa représentation graphique.

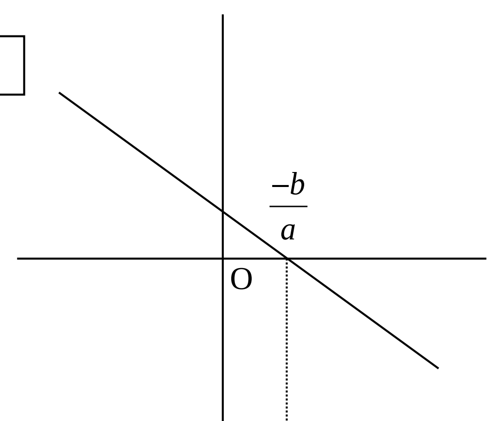
Pour la partie de D située au-dessus de (Ox), $f(x)\geq 0$. Sinon, $f(x)\leq 0$

$a>0$



x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$			

$a<0$



x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$			

Ces deux tableaux sont appelés tableau de signe de $f(x) = ax + b$

Attention : Il n'y a pas de rapport entre tableau de signe et tableau de variation d'une fonction f (une fonction croissante n'est pas forcément positive)

5. SIGNE D'UN PRODUIT , D'UN QUOTIENT

a. Signe d'un produit

Si A et B sont de même signe, alors $A \times B$ est positif

Si A et B sont de signe contraire, alors $A \times B$ est négatif

b. Signe d'un quotient

Si A et B sont de même signe, alors $\frac{A}{B}$ est positif

Si A et B sont de signe contraire, alors $\frac{A}{B}$ est negatif

mais attention : Si B=0, $\frac{A}{B}$ n'a pas de sens

6. RESOLUTION D'UNE INEQUATION

Résoudre une inéquation revient à comparer une expression à 0, donc à étudier son signe.

Pour étudier le signe de l'expression, on peut s'aider d'un tableau de signe.

Exemples :

- Résolvons : $2x-5<x+3$

Nous savons déjà résoudre algébriquement cette inéquation (voir chapitre sur l'ordre). Nous pouvons aussi s'aider d'un tableau de signe :

Comparaison à 0 :

tableau de signe de :

x	

Donc S=

- Résolvons : $(x+1)(2x+3)\leq x(x+1)$

Comparaison à 0 :

Factorisation (c'est du   degré) :

Tableau de signe de :

x	

Tableau de signe de :

x	

Regroupement des deux tableau de signe pour étudier le signe du produit :

x	

Donc S=

- Résolvons : $\dfrac{2}{x-3} > 4$

Comparaison à 0 :

Réduction au même dénominateur :

Tableau de signe de   et de

x	

Donc S=