$3^{\text{ème}}$ – Angle inscrit – Feuille d'exercices n°1

Exercice n°1

1. Tracer un cercle C de centre O et de rayon 3 cm.
2. Placer 3 points A, B et M sur le cercle.
3. Construire les trois tangentes à C en A, B, et M.

Exercice n°2

C est un cercle de centre O et de diamètre 5 cm. (d) est une droite tangente en un point T au cercle C **1.** Quelle est la distance du point O à la droite (d) ?

2. M est un point de la droite (d), distinct de T. Démontrer que la droite (OT) est tangente au cercle de centre M qui passe par T.

Exercice n°3

1. Tracer un cercle $\mathscr{C}$ de centre O et deux points M et M' diamétralement opposés sur ce cercle.
2. Construire les tangentes (d) et (d') en M et M' au cercle $\mathscr{C}$ et démontrer qu'elles sont parallèles.

Exercice n°4 (*)

$\mathscr{C}$ est un demi–cercle de centre O, de diamètre $[AB]$. M est un point de ce demi–cercle. La tangente en M à $\mathscr{C}$ coupe la tangente en A à $\mathscr{C}$ au point P et la médiatrice du segment $[AB]$ au point C.

1. **a.** Comparer les angles $\widehat{OPA}$ et $\widehat{OPC}$ puis les angles $\widehat{OPA}$ et $\widehat{POC}$.
   b. En déduire la nature du triangle OPC.
2. Démontrer que le cercle de centre C passant par P est tangent en O à la droite (AB).

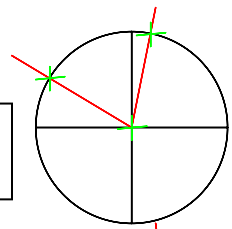
Exercice n°5

Avec un logiciel de géométrie ou « à la main » :

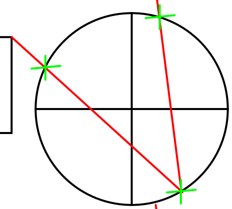
1. Construire un cercle $\mathscr{C}$ de centre O, puis quatre points A, B, C et D sur ce cercle.
2. ***Á écrire dans le cahier de cours (schémas inclus) :***

   Chapitre : Angles inscrit et angle au centre

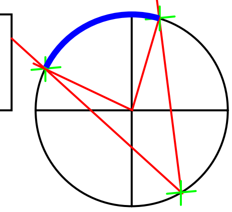
   I) Vocabulaire :



> On appelle ***ANGLE AU CENTRE*** l'angle de sommet **le centre du cercle**, et dont les côtés passent par deux points du cercle.



> On appelle ***ANGLE INSCRIT*** l'angle de sommet **un point du cercle**, et dont les côtés passent par deux points du cercle.



> On dit que deux angles ***INTERCEPTENT*** le même arc l'intersection de ces deux angles avec le cercle est un même arc de ce cercle.

3. Établir la conjecture :

   a. Mesurer les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{ACB}$.

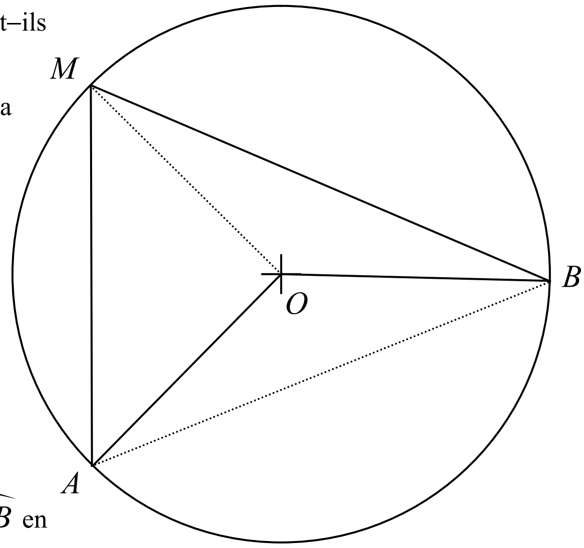
   b. Mesurer l'angle $\widehat{ADB}$.

   c. Si vous travaillez sur un logiciel de géométrie, bougez le point A sur le cercle.

d. Que semble-t-il se passer ? Énoncez-le le plus précisément possible, de façon générale, en utilisant le vocabulaire vu dans le cours. Une fois validée par le professeur, écrivez cette **propriété n°1** dans le cahier de cours, dans un paragraphe II, intitulé « **Propriétés** ». Cette propriété est à savoir par cœur.

Exercice n°6

Démonstration de la propriété de l'angle au centre et de l'angle inscrit, dans le cas où le centre du cercle circonscrit au triangle est à l'intérieur du triangle.



1. Pourquoi les triangles AOB, AOM et BOM sont–ils isocèles ?

2. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de la mesure de l'angle $\widehat{OAB}$?

3. L'angle $\widehat{OAB}$ est nommé $\hat{a}$. L'angle $\widehat{OMA}$ est nommé $\hat{b}$. L'angle $\widehat{OBM}$ est nommé $\hat{c}$.

a. Exprimer la somme des angles du triangle AMB en fonction de $\hat{a}$, $\hat{b}$, et $\hat{c}$.

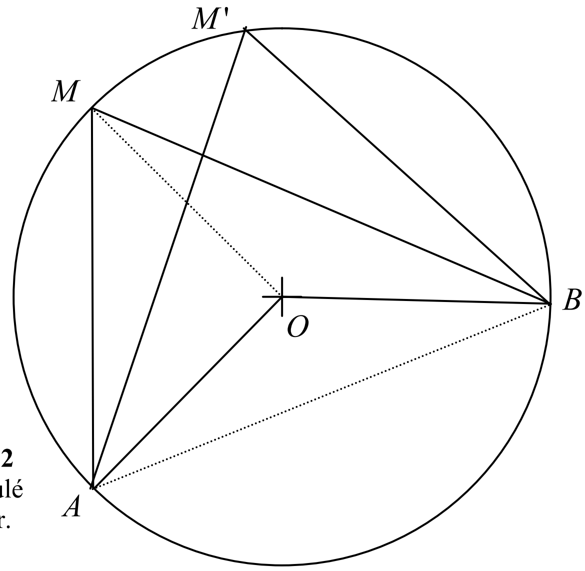
b. En utilisant la propriété de la somme des angles dans un triangle, exprimer $2\hat{a}$ en fonction de $\hat{b}$ et $\hat{c}$.

c. Déduire du **b** et du **2** l'expression de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de $\hat{b}$ et $\hat{c}$.

d. En déduire, en factorisant par 2, l'expression de l'angle $\widehat{AOB}$ en fonction de l'angle inscrit $\widehat{AMB}$.

Exercice n°7

Démonstration du fait que deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure.



1. Exprimer l'angle $\widehat{AMB}$ en fonction de l'angle $\widehat{AOB}$.

2. Exprimer l'angle $\widehat{AM'B}$ en fonction de l'angle $\widehat{AOB}$.

3. Conclure. Énoncez la propriété démontrée le plus précisément possible, de façon générale, en utilisant le vocabulaire vu dans le cours. Une fois validée par le professeur, écrivez cette **propriété n°2** dans le cahier de cours, dans un paragraphe II, intitulé « **Propriétés** ». Cette propriété est à savoir par cœur.

Exercice n°8

Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit à un triangle ABC tel que $\widehat{BAC} = 70°$ et $BA = 5$ cm et $AC = 7$ cm. On note O le centre de ce cercle.

1. Construire la figure.

2. On peut remarquer que $\widehat{BOC}$ est un angle au centre. Peut–on trouver un angle inscrit associé à cet angle au centre ?

3. D'après le cours, quelle relation y a–t–il entre cet angle inscrit et $\widehat{BOC}$?

4. En déduire la mesure de $\widehat{BOC}$.

Exercice n°9

Soit $ABCD$ un quadrilatère et son cercle circonscrit (construire d'abord le cercle, puis le quadrilatère quelconque dont les sommets sont sur le cercle).

1. $\widehat{ABD}$ est un angle inscrit. Quel arc intercepte–t–il ?

2. $\widehat{ACD}$ est lui aussi un angle inscrit. Quel arc intercepte–t–il ?

3. Que peut–on dire alors des angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ACD}$? Justifier.

Exercice n°10

$\mathscr{C}$ est un cercle de rayon 3 cm. A, B et D sont trois points de $\mathscr{C}$ tels que $\widehat{ABD} = 20°$ et $[BD]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.

1. Faire une figure.

2. Que peut–on dire du triangle ABD ? Justifier.

3. Calculer la longueur AB au centième près.

Exercice n°11

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{BAC} = 80°$ et, en centimètres, $BC = 6$. $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O, circonscrit à ce triangle. $[BM]$ est un diamètre de $\mathscr{C}$.

1. Faire une figure.

2. Que peut–on dire du triangle BCM ?

3. Calculer la longueur BM au millième près.

Exercice n°12

Sur la figure ci–contre, $ABCD$ est un trapèze isocèle de bases $[AB]$ et $[CD]$.

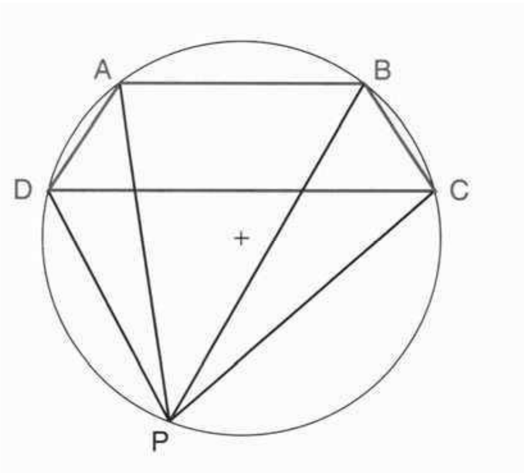
On se propose de démontrer que $\widehat{APD} = \widehat{BPC}$.

1. Citer deux angles inscrits qui interceptent l'arc AC qui contient B.

2. Citer deux angles inscrits qui interceptent l'arc BD qui contient A.

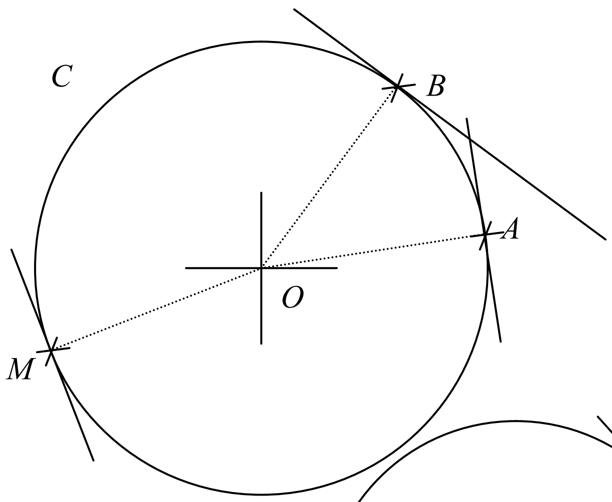
3. En déduire que $\widehat{DPB} = \widehat{APC}$.

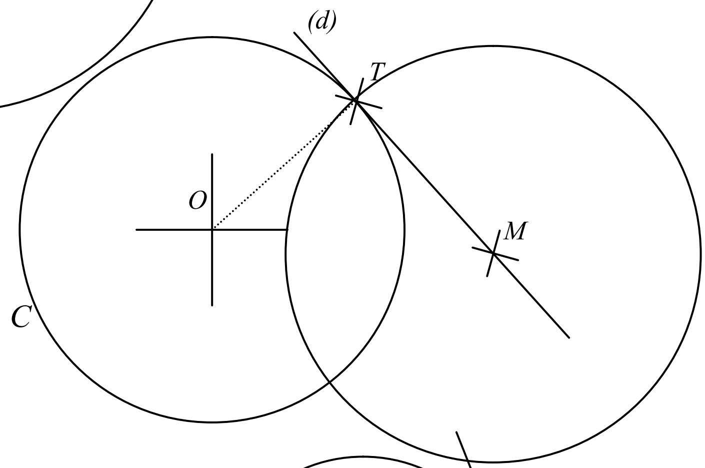
4. Rédiger la conclusion.



Résultats ou indications

Exercice n°1

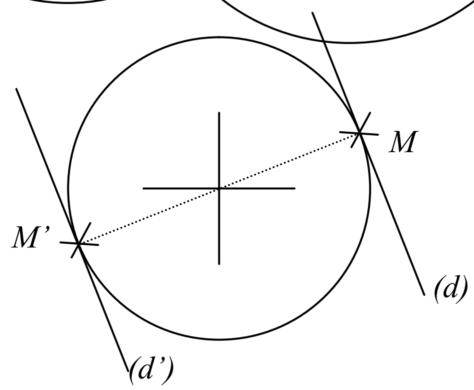




Exercice n°2

1. 2,5 cm.
2. (d) est tgte à C en T et $M \in (d)$, donc (OT) et (MT) sont perpendiculaires. M est le centre du deuxième cercle, et T est sur ce deuxième cercle, donc (MT) est un rayon de ce cercle et (OT) est la tgte au deuxième cercle en T.

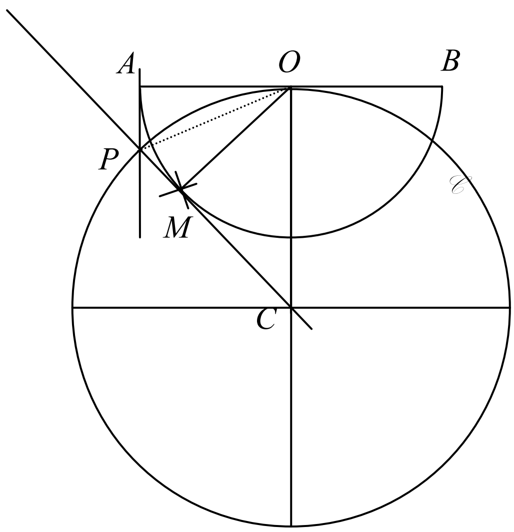
Exercice n°3



1.

2. (d) et (d') sont perpendiculaire à une même droite…

Exercice n°4



1. **a.** Dans les triangles OAP et OMP, $OA = OM$ et le côté OP est en commun. Avec le théorème de Pythagore, on en déduit que $AP = MP$. Ceci veut donc dire que Pest sur la bissectrice de $\widehat{AOM}$. (OP) étant la bissectrice de $\widehat{AOM}$, $\widehat{AOP} = \widehat{MOP}$, et par conséquent, $\widehat{APO} = \widehat{MPO} = \widehat{CPO}$. De plus, $\widehat{POC} = 90 - \widehat{AOP} = 90 - (90 - \widehat{APO}) = \widehat{APO}$ (ou par les angles alternes internes).
   b. POC est isocèle en C (angles à la base égaux)
2. $O \in$ au cercle de centre C passant par P car $CP = CO$ (cf **1.b.**). (AO) et (OC) sont perpendiculaires (médiatrice).

Exercice n°6

1. Même rayon. **2.** $\widehat{AOB} = 180 - 2 \times \widehat{OAB}$. **3. a.** $2\widehat{a} + 2\widehat{b} + 2\widehat{c}$

3.b. $2\widehat{a} = 180 - 2\widehat{b} - 2\widehat{c}$ **3.c.** $\widehat{AOB} = 2\widehat{b} + 2\widehat{c}$ **3.d.** $\widehat{AOB} = 2\,\widehat{AMB}$

Exercice n°8

1. centre du cercle circonscrit = intersections des mé…

4. 140°

Exercice n°9

3. Ils sont égaux.

Exercice n°10

2. Rectangle en A.

3. 5,64 cm.

Exercice n°11

3. 6,093 cm.