Exercice 1 :

Choisir la ou les propositions exactes :

1. La forme canonique de x^2-2x-3 est :
   a) $(x+1)^2+4$; b) $(x-1)^2-4$; c) $(x-1)^2+4$.
2. $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ est égale à :
   a) $1-\sqrt{2}$; b) $\sqrt{2}-1$; c) $\left|1-\sqrt{2}\right|$.
3. $\sqrt{x-2}\le 2$ équivaut à
   a) $x\in[2,6]$; b) $x-2\ge 0$ et $x-2\le 4$; c) $x\in]-\infty,6]$.

Exercice 2 :

On considère l'expression E = 9x² – 25 + (3x+5)(x–2)

1. Factoriser 9x² –25 , puis factoriser E.
2. Résoudre l'équation E = 0.
3. a) Développer et réduire E.
   b) Retrouver les solutions de l'équation E = 0

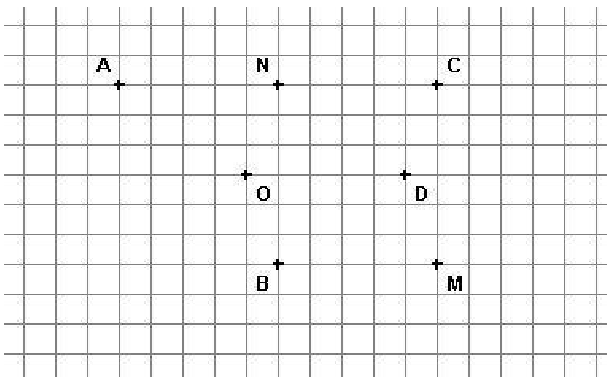
Exercice 3:

Recopier et compléter les quatre égalités ci-dessous:

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{\ldots N}$; $\overrightarrow{M\ldots} = \overrightarrow{BA}$

$\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \ldots.$;

$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \ldots.$



Exercice 4:

Soit ABC un triangle quelconque. On note A' le milieu du segment [AB].

1. Placer les points M et L tel que $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AL}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.
2. On considère le repère cartésien $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.
   a) Déterminer les coordonnées de chacun des points A, B , C , A', M et L.
   b) Montrer que les points A', M et L sont alignés.
3. On donne les points $P\left(1,\frac{3}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{3}{2},1\right)$.

   Montrer que $\overrightarrow{PQ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

Corrigé

Exercice 1 :

1. b) est la proposition exacte.

   Car la forme canonique de x^2-2x-3 est $x^2-2x-3=(x-1)^2-1-3=(x-1)^2-4$.

2. $\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}=\sqrt{\sqrt{2}^2-2.1.\sqrt{2}+1^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}=\left|\sqrt{2}-1\right|$

   Or $\left|\sqrt{2}-1\right|=\left|1-\sqrt{2}\right|=\sqrt{2}-1$ car $\sqrt{2}>1$.

   Ainsi, b) et c) sont les propositions exactes.

3. $\sqrt{x-2}\le 2$ équivaut à $x-2\ge 0$ et $x-2\le 4$

   équivaut à $x\ge 2$ et $x\le 6$

   équivaut à $x\in[2,6]$

   Donc les propositions exactes sont a) et b).

Exercice 2 :

1. $9x^2-25=(3x)^2-5^2=(3x-5)(3x+5)$

   Donc $E = 9x^2 - 25 + (3x+5)(x-2)$

   $=(3x-5)(3x+5)+(3x+5)(x-2)$

   $=(3x+5)(3x-5+x-2)$

   $=(3x+5)(4x-7)$

2. $E = 0$ équivaut à $(3x+5)(4x+7)=0$ équivaut $3x + 5 = 0$ ou $4x - 7 = 0$

   équivaut à $x=-\dfrac{5}{3}$ ou $x=\dfrac{7}{4}$.

   Donc l'ensemble de solutions de l'équation $E = 0$ est $\left\{-\dfrac{5}{3},\dfrac{7}{4}\right\}$.

3. a) $E = 9x^2 - 25 + (3x+5)(x-2) = 9x^2 - 25 + 3x^2-6x+5x-10=12x^2-x-35$.

   b) $E=0$ équivaut à $12x^2-x-35=0$.

   Le discriminant de l'équation $E = 0$ est $\Delta=(-1)^2-4\times 12\times(-35)=1541=41^2$

   L'équation E= 0 admet donc deux solutions distinctes :

   $x'=\dfrac{1-41}{24}=-\dfrac{5}{3}$ et $x''=\dfrac{1+41}{24}=\dfrac{7}{4}$.

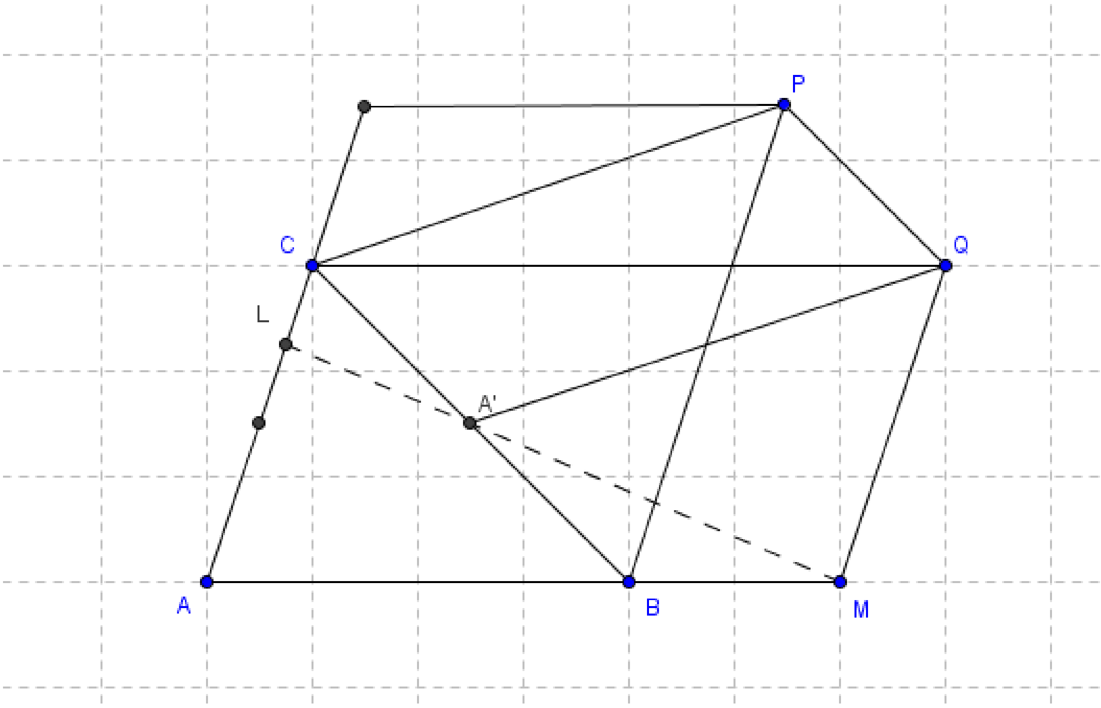
Corrigé

Exercice 3 :

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{ND}$; $\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BA}$

Exercice 4 :

1.



2. a) A est l'origine du repère donc A(0, 0).

$\overrightarrow{AB} = 1.\overrightarrow{AB} + 0.\overrightarrow{AC}$ donc B(1, 0) ; $\overrightarrow{AC} = 0.\overrightarrow{AB} + 1.\overrightarrow{AC}$ donc C(0, 1) ;

A' est milieu du segment [BC] donc $x_{A'} = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{1}{2}$ et $y_{A'} = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{1}{2}$

d'où $A'\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)$.

$\overrightarrow{AM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 0.\overrightarrow{AC}$ donc $M\left(\dfrac{3}{2}, 0\right)$; $\overrightarrow{AL} = 0.\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{4}.\overrightarrow{AC}$ donc $L\left(0, \dfrac{3}{4}\right)$.

b) Cherchons les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{A'L}$ et $\overrightarrow{A'M}$:

$\begin{cases} x_L - x_{A'} = -\dfrac{1}{2} \\ y_L - y_{A'} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$ donc $\overrightarrow{A'L}\begin{pmatrix} -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{4} \end{pmatrix}$; $\begin{cases} x_M - x_{A'} = 1 \\ y_M - y_{A'} = -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ donc $\overrightarrow{A'M}\begin{pmatrix} 1 \\ -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix}$

Corrigé

Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{A'L}$ et $\overrightarrow{A'M}$ est $\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \times 1 = 0$

Donc les vecteurs sont colinéaires, il en résulte que les points A', L et M sont alignés.

3. On a $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Ainsi $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$