

Devoir de contrôle N° 1

Durée 1 heure

Exercice 1 :(4 points)

Soient x et y deux réels tels que : $2x+6y=1$

- 1) Développer $10\left(y - \frac{3}{20}\right)^2$
- 2) En déduire que $x^2+y^2 \geq \frac{1}{40}$

Exercice 2 :(6 points)

Résoudre dans \mathbb{R} :

1) $\frac{2}{x-1} = \frac{x-2}{x^2-1}$

2) $\sqrt{x+1} = x-3$

3) $\sqrt{x^2+1} \geq x+1$

Exercice 3 :(10 points)

Soit un triangle ABC d'orthocentre H. On note \mathcal{C} le cercle circonscrit au triangle ABC et I le centre de \mathcal{C} . On désigne par A' le milieu de [BC] et par O le projeté orthogonal de A Sur (BC). (voir figure)

On admet que $\overrightarrow{IH} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{AH} = 2 \cdot \overrightarrow{IA'}$
2. Soit D le symétrique de H par rapport à A' . Montrer que [AD] est un diamètre de \mathcal{C} .
3. On rapporte le plan au repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) tel que $\vec{i} = \frac{1}{OC} \overrightarrow{OC}$ et $\vec{j} = \frac{1}{OA} \overrightarrow{OA}$.

On donne $OA'=2$ et $OI = \sqrt{5}$ et on sait de plus que $(OI) \perp (HA')$.

- a. Déterminer les coordonnées de I et H.
- b. Montrer que les coordonnées de A sont (0 ; 6).
- c. Soit K le symétrique de H par rapport à (BC). Déterminer les coordonnées de K puis prouver que $K \in \mathcal{C}$.

Figure

