Lycée : Souassi	*Devoir de Contrôle N°1*	*Professeur* : Fligène Wissem
Date : 19/10/2010		*Epreuve* : Mathématiques
Classe : 2 S_1		*Durée* : 1 heure

- Il est recommandé de soigner la rédaction et la présentation de la copie -

Exercice 1 : (2 points)

Une mère de 37 ans a trois enfants âgés de 8, 10 et 13 ans.
Dans combien d'années l'âge de la mère sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

Exercice 2 : (6 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $\dfrac{3x-1}{x} = \dfrac{3x}{x-2}$ 2) $\sqrt{5x-4} > \sqrt{x+1}$ 3) $\sqrt{|2x-4|} = 6$

Exercice 3 : (4 points)

Soit ABC un triangle.

1) Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$
2) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires
3) On désigne par I et J les milieux respectifs des segments $[BC]$ et $[EF]$
   a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$
   b) En déduire que les points A, I et J sont alignés

Exercice 4 : (8 points)

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. (**Aucun schéma n'est demandé**)

On considère les points $A(0,4)$; $B(-2,0)$ et $C(6,1)$.

1) Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan
2)
   a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.
   b) Déduire la nature du triangle ABC.
3) Soit $D(-6,7)$. Les points A, C et D sont-ils alignés ?
4)
   a) Calculer les distances BC et BD
   b) Déduire que le point B appartient à la médiatrice du segment $[CD]$.

Correction

Exercice 1 :

Soit x le nombre d'années donc $x \in \mathbb{N}$

L'équation du problème est : $37 + x = (8 + x) + (10 + x) + (13 + x)$ (**1 pt**)

Donc $37 + x = 3x + 31$ sig $2x = 6$ sig $\boxed{x = 3}$ (**1 pt**)

Exercice 2 :

1) $\dfrac{3x-1}{x} = \dfrac{3x}{x-2}$. Cette équation existe ssi $x \neq 0$ et $x \neq 2$ (**0,5 pt**)

$(3x-1)(x-2) = 3x^2 \; sig \; 3x^2 - 6x - x + 2 = 3x^2 \; sig - 7x = -2 \; sig \quad x = \dfrac{-2}{-7} = \dfrac{2}{7}$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \left\{\frac{2}{7}\right\}} \; (\mathbf{1,5\ pt})$$

2) $\sqrt{5x-4} > \sqrt{x+1}$. Cette inéquation existe ssi $5x - 4 \geq 0$ et $x + 1 \geq 0$ ssi $x \geq \frac{4}{5}$ et $x \geq -1$

ssi $x \in \left[\frac{4}{5}, +\infty\right[\cap [-1, +\infty[$ ssi $\underline{x \in \left[\frac{4}{5}, +\infty\right[}$ $(\mathbf{1\ pt})$

$\left(\sqrt{5x-4}\right)^2 > \left(\sqrt{x+1}\right)^2$ sig $5x - 4 > x + 1$ sig $4x > 5$ sig $x > \frac{5}{4}$

$$S_{\mathbb{R}} = \left]\frac{5}{4}, +\infty\right[\cap \left[\frac{4}{5}, +\infty\right[= \boxed{\left]\frac{5}{4}, +\infty\right[} \; (\mathbf{1\ pt})$$

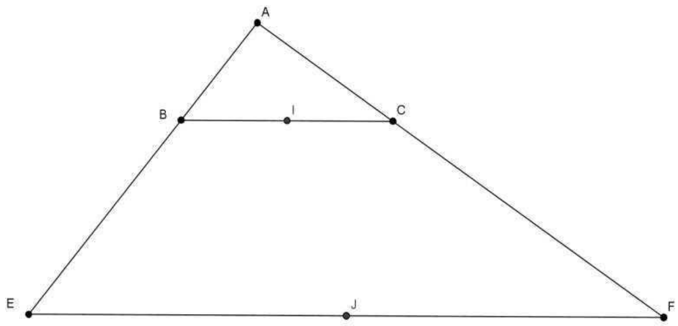
3) $\sqrt{|2x-4|} = 6$ sig $\left(\sqrt{|2x-4|}\right)^2 = 6^2$ sig $|2x-4| = 36$ sig $2x - 4 = 36$ ou $2x - 4 = -36$ sig

$2x = 40$ ou $2x = -32$ sig $x = 20$ ou $x = -16$

$$\boxed{S_{\mathbb{R}} = \{20, -16\}} \; (\mathbf{2\ pt})$$

Exercice 3 :

1) (**1pt**)



2) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{AC} = 3\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right) = 3\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires (**1pt**)

3) a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC} = 3\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = 3\left(2\overrightarrow{AI}\right) \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AI} \; puisque \; I = B * C\right)$

donc $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$ (**1pt**)

b) Puisque $J = E * F$ alors $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AJ}$ et comme $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$ alors $2\overrightarrow{AJ} = 6\overrightarrow{AI}$ donc $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AI}$ d'où A, I et J sont alignés (**1pt**)

Exercice 4 :

1) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} -2 & 6 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = (-2) \times (-3) - (-4) \times 6 = 6 + 24 = 30 \neq 0$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires d'où $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ est une base de l'ensemble des vecteurs du plan (**2 pt**)

2) a) $(-2) \times 6 + (-4) \times (-3) = -12 + 12 = 0$ donc $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ (**1,5 pt**)

b) ABC est un triangle rectangle en A (**0,75 pt**)

3) $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires (ils sont opposés plus exactement) donc A, C et D sont colinéaires (**1,5 pt**)

4) a) $BC = \sqrt{(6+2)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{65}$ (**0,75 pt**)

$BD = \sqrt{(-6+2)^2 + (7-0)^2} = \sqrt{65}$ (**0,75 pt**)

b) $BC = BD$ donc B appartient à la médiatrice du segment $[CD]$ (**0,75 pt**)