



Exercice 1(6 points)

Résoudre dans \mathbb{R}

1) $x^2 - 10x + 25 + (x - 5)(x + 2) = 0$

2) $\sqrt{x^2 + 3} = x - 2$

3) $\frac{x^2 + 2}{x - 1} \geq x + 2$

4) $\sqrt{2x - 1} \geq \sqrt{x - 1}$

Exercice 2(7 points)

(Les parties I, II et III sont indépendantes.)

I) On donne $\alpha = \sqrt{27} - |4\sqrt{3} - 3\sqrt{12}|$ et $\beta = \frac{\sqrt{35} \times \sqrt{24}}{\sqrt{21} \times \sqrt{10}}$

1) a) Vérifier que $\alpha = \sqrt{3}$ et $\beta = 2$

b) Calculer $(\beta + \alpha)(\beta - \alpha)$

2) Montrer que $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ est un entier naturel.

II) 1) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$, $\frac{1}{2x - 1} - \frac{1}{2x + 1} = \frac{2}{(2x - 1)(2x + 1)}$

2) Calculer alors $\frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{2009 \times 2011}$

III) Soit $a = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ (*a est appelée le nombre d'or.*)

1) Montrer que $a^2 = a + 1$ et que $\frac{1}{a} = a - 1$

2) Montrer que $a^3 = 2a + 1$ et que $a^4 = 3a + 2$

3) Calculer alors $\frac{1}{a} + 1 + a^2 + a^3 - a^4 - a$

Exercice 3(7 points)

Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan. On donne les points A(5,3), B(-1, -4), C(1,5) et I(3,4).

1) a) Vérifier que I est le milieu du segment [AC].

b) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

d) Calculer l'aire du triangle ABC. En déduire la distance entre le point C et la droite (AB).

2) Soit D le symétrique de B par rapport à I.

a) Montrer que ABCD est un losange puis déduire son aire.

b) Déterminer les coordonnées du point D dans les repères $(B; \vec{BA}, \vec{BC})$ puis (O, \vec{i}, \vec{j})