

EXERCICE N I (7points)

A) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes le plus astucieusement possible.

1) $4x^4 = 3x^2$

2) $25\,000x^2 + 20\,000x = -4\,000$

3) $-11x^2 - 3x + 14 = 0$

4) $\sqrt{2}x^2 + 4x = 6\sqrt{2}$

B) A l'aide d'une équation du second degré, résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

b) $2x - 5\sqrt{x} - 12 = 0$

C) Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation : $\sqrt{x+3} = 2x - 4$

EXERCICE N II (7points) On considère dans le plan un triangle ABC .

Partie A :

1. Placer les barycentres I de $(B;1), (C;2)$, J de $(A;2), (C;1)$ et K de $(A;4), (B;-1)$.

2. Trouver l'ensemble des points M du plan tel que $\|2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB}\| = BC$.

3. a) Montrer que $\overrightarrow{KJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

b) Montrer que $\overrightarrow{KI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

c) Qu'en déduit-on pour les points I, J et K ?

Partie B : Généralisation

1. Pour tout réel m , on appelle G_m le barycentre du système de points pondérés $(A;2m), (B;1-m)$ et $(C;2-m)$.

a) Justifier que G_m existe pour tout m réel.

b) Reconnaître les points G_0, G_1 et G_2 .

$$\vec{AG}_m = \frac{1-m}{3} \vec{AB} + \frac{2-m}{3} \vec{AC}$$

a) Montrer que

$$\vec{JG}_m = \frac{1-m}{3} (\vec{AB} + \vec{AC})$$

b) En déduire que

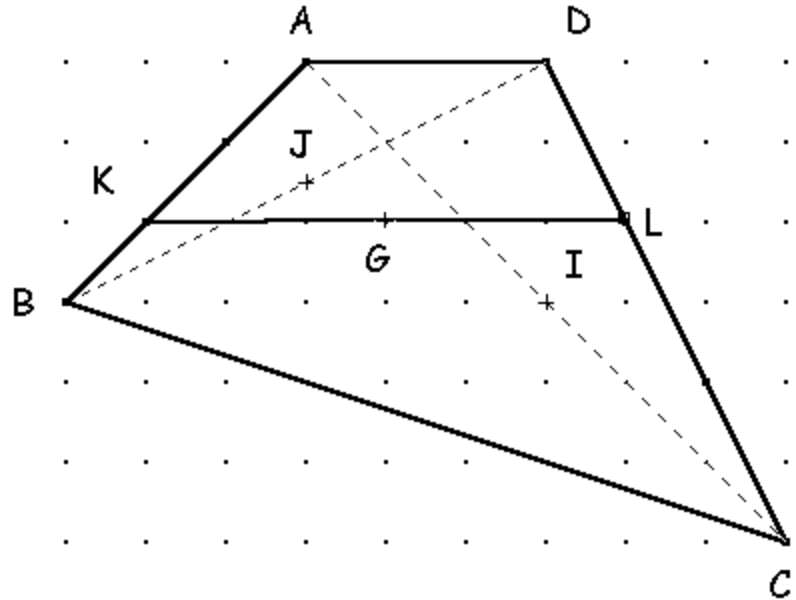
1. Placer les points G_4 , G_{-2} et G_7 .
2. Quel est l'ensemble des points G_m quand m décrit \mathbb{R} ?

EXERCICE NIII (3points)

ABCD est un quadrilatère,
I est le milieu du segment [AC] ,
J est le milieu du segment [BD].

Les points K et L sont repérés sur
la figure ci-contre, dont les
graduations sont régulières
respectivement sur les segments
[AB] et [CD].

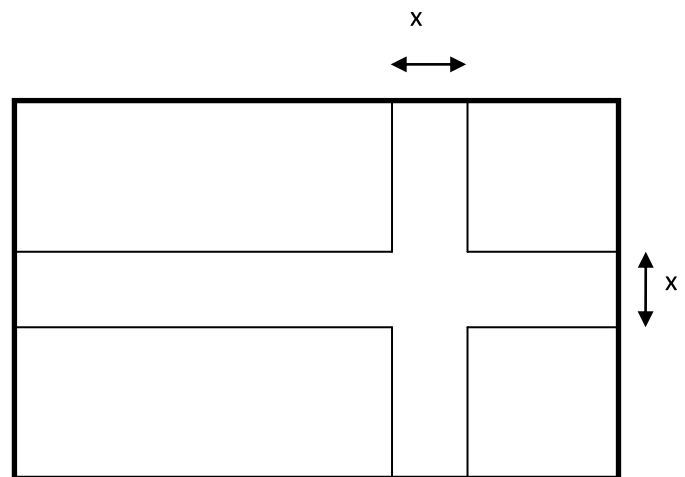
G désigne le milieu du segment
[KL].



1. En utilisant les renseignements du dessin, exprimer G comme barycentre de A, B, C et D
2. Démontrer que G appartient à la droite (IJ). Préciser la position de G sur le segment [IJ].

EXERCICE N IV (3points)

Un terrain rectangulaire mesure 300 m
sur 200 m. On désire y installer une
allée en forme de croix de largeur
constante x (voir dessin ci-contre).



Déterminer x afin que l'aire totale de l'allée soit égale à $\frac{1}{100}$ de l'aire du terrain initial.