

## Exercice 1 : ( 7 points )

1/ Soit les deux réels  $x$  et  $y$  tels que :  $x = \sqrt{2}(1-3\sqrt{2}) + 2\sqrt{3}(\sqrt{3} + \frac{1}{2})$  et  $y = |\sqrt{3}-1| + |\sqrt{2}-5| - 4$ .

a/ Montrer que  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  et  $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ .

b/ En déduire que  $x$  est l'inverse de  $y$  puis que  $\sqrt{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

c/ Calculer  $x^2$  et  $y^2$ . En déduire que  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 10$ .

2/ a/ Montrer que :  $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ .

b/ En déduire la simplification de  $A = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}}}$ .

## Exercice 2 : ( 4 points )

1/ Vérifier que pour tout entier naturel non nul  $k$ , on a :  $\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} = \frac{1}{k(k+1)}$ .

2/ Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , on pose  $B = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ .

a/ Simplifier l'expression B.

b/ Déterminer le plus petit entier naturel n tel que  $B \geq \frac{96875}{100000}$ .

## Exercice 3 : ( 9 points )

Soit  $B = (\vec{i}, \vec{j})$  une base orthonormée de l'ensemble des vecteurs du plan.

1/ Soient  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$  et  $\vec{v} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$ .

Montrer que  $B' = (\vec{u}, \vec{v})$  est une base orthonormée de l'ensemble des vecteurs du plan.

2/ Soit  $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$  un repère orthonormé du plan.

On donne les points  $A(-2;1)$ ;  $B(3;-2)$ ;  $C(6;3)$  et  $D(4;\frac{5}{2})$ .

a/ Montrer que  $\overline{AB}$  et  $\overline{BC}$  sont orthogonaux.

b/ Montrer que les points A ; C et D sont alignés.

c/ Calculer les distances AB et BC et en déduire l'aire du triangle ABC.

3/ a/ Vérifier que pour tout réel  $x$ , on a :  $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$ .

b/ En déduire les valeurs du réel m pour que les vecteurs  $\vec{w} \begin{pmatrix} m-3 \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w}' \begin{pmatrix} -2 \\ m+4 \end{pmatrix}$  soient colinéaires.