

Exercice N°1 (10 pts)

ABCD un carré de cote 1 . soit I le milieu de [AB] le cercle de centre I et de rayon IC coupe la demi-droite [AB) en E

1) construire le point F tel que AEFD soit un rectangle

2) montrer que $IC = \frac{\sqrt{5}}{2}$

3) montrer que $AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Les rectangles AEFD et BEFC sont des rectangles d'or et le nombre $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé nombre d'or

4) a) montrer que $\varphi^2 = \varphi + 1$ et que $\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$

b) montrer que φ^3 ; φ^4 et φ^5 peuvent s'écrire sous la forme $a\varphi + b$ ou a et b sont deux entiers

c)) montrer que $\frac{1}{\varphi^2}$ et $\frac{1}{\varphi^3}$ peuvent s'écrire sous la forme $a\varphi + b$ ou a et b sont deux entiers

5) utiliser les résultats précédents pour calculer :

$$A = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{1+\sqrt{5}}{2}}}}$$

$$B = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}}}$$

Exercice N°2 (5 pts)

Résoudre dans IR les équations suivantes

$$1) \sqrt{1-2x} = 3$$

$$2) \frac{x-1}{x+3} = \frac{x-2}{x+1}$$

$$3) x^2 - 3x + 2 = 0$$

Exercice N°3

Le plan est munie d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

On considère les points A(5 ;3) ; B(-1 ; -4) et C(1 ; 5)

1) a) montrer que (\vec{AB}, \vec{AC}) est une base de l'ensemble des vecteurs du plan

b) montrer que le triangle ABC est isocèle en B

2) on donne les point D(7 ; 12) et I (3 ; 4)

a) montrer que les droites (ID) et (AC) sont perpendiculaires

b) vérifier que I est le milieu du segment [Ac]

c) en déduire que les points B ; I et D sont alignés .

