$2^{è}$ sc — **Série N° 9** — *prof* : **Gharbi Taieb**

## Exercice 1

**I)** Sans utiliser la calculatrice, calculer :

$A = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{14}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{14}\right)$ ; $B = \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) - \cot\left(\frac{\pi}{8}\right) + \tan\left(\frac{3\pi}{8}\right) - \cot\left(\frac{3\pi}{8}\right)$

**II)** Sans utiliser la calculatrice, calculer :

$E = \cos\left(\frac{\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{10\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{12\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{14\pi}{17}\right) + \cos\left(\frac{16\pi}{17}\right)$

$F = \cos^2\left(\frac{\pi}{7}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \sin^2\left(\frac{6\pi}{7}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{5}\right)$

**III)** On sait que $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{4}$, calculer sinx, tanx et cotx.

## Exercice 2

Soit x un réel tel que : $\sin x = \frac{4}{5}$ et $0 < x < \frac{\pi}{2}$

1/ Calculer : cosx, $\sin(\pi - x)$, $\cos(\pi - x)$, $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ et $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$.

2/ En déduire la valeur de l'expression : $A = \cos(\pi - x) + \sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x)$

## Exercice 3 :

**I)** Soit $A = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$

1/ Déterminer les réels x de $[0,\pi]$ pour lesquels A existe.

2/ Simplifier l'expression de A puis Trouver les réels x de $]0,\pi[$ tels que : $A = \frac{8}{3}$

**II)** Soit $x \in [0,\pi]$

1/ Montrer que : (cosx + sinx – 1)(cosx + sinx + 1) = 2sinx.cosx.

2/ Résoudre alors : (cosx + sinx – 1)(cosx + sinx + 1) = 0

**III)** Montrer les égalités suivantes :

1/ $4\sin^2x + 3\cos^2x = (2 - \cos x)(2 + \cos x)$

2/ $\cos^4x + 2\sin^2x.\cos^2x + \sin^4x = 1$

3/ $\frac{\cos^8 x - \sin^8 x}{\cos^4 x + \sin^4 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$

**IV)** Simplifier : $\cos^4(3 - 2\cos^2x) + \sin^4(3 - 2\sin^2x)$

## Exercice 4 :

**I)** Résoudre dans $[0,\pi]$

1/ $(2\cos x - 1)(2\sin x - 5) = 0$ 2/ $(1 + \cos x)(4\sin^2x - 1) = 0$

3/ $2\sin^2x - 3\sin x + 1 = 0$ 4/ $\tan^2x - (1 + \sqrt{3})\tan x + \sqrt{3} = 0$

**II)** Sachant que , $\cos(\frac{\pi}{8}) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ ; calculer $\sin(\frac{\pi}{8})$ ; $\sin(\frac{3\pi}{8})$ et $\cos(\frac{7\pi}{8})$

## Exercice 5 :

Soit la fonction f définie sur $[0,\pi]$ , par $f(x) = -2\cos^2 x + \sin x - 1$

1/ Calculer $f(\pi)$, $f(\frac{\pi}{3})$ et $f(\frac{\pi}{4})$

2/ a- Montrer que pour tout $x \in [0,\pi]$ , $f(\pi - x) = f(x)$.

b- Calculer $f(\frac{3\pi}{4})$ et $f(\frac{5\pi}{6})$

3/ Montrer que pour tout $x \in [0,\pi]$ ; $f(x) = 2\sin^2 x + \sin x - 3$.

4/ a- Résoudre dans $[0,\pi]$ ; l'équation $f(x) = 0$.

b- Factoriser l'expression de f(x).

c- En déduire que pour tout $x \in [0,\pi]$ ; $f(x) \leq 0$.

## Exercice 6 :

**I)** Soit ABC un triangle tel que : AB = 7, AC = 9 et $\hat{A} = 60^\circ$ , calculer l'aire de ce triangle.

**II)** Soit ABC un triangle tel que : AB = 8, AC = 7 et $\hat{A} = 120^\circ$ .

a- Calculer BC.

b- Calculer l'aire de ce triangle.

**III)** Dans un triangle rectangle en A, on a : AB = 3 et AC = 4.

Calculer BC, AH, BH et CH où h set le pied de la hauteur issue de A.

## Exercice 7 :

Soit ABC un triangle tel que : AB = 5, AC = 8 et BC = 7.

1/ A l'aide du théorème d'ELKASHI, montrer que $\cos\hat{A} = \frac{1}{2}$ puis déduire $\hat{A}$ .

2/ Soit H le projeté orthogonal de C sur (AB). Calculer CH puis BH.

3/ Calculer l'aire S du triangle ABC.

4/ Déterminer le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC.

## Exercice 8 :

Soit ABC un triangle tel que : $B\hat{A}C = \frac{\pi}{4}$, $AC = 3\sqrt{2}$ et $BC = 6$

1/ a- Calculer : $\sin A\hat{B}C$

b- Montrer que : $A\hat{B}C = \frac{\pi}{6}$ , et calculer $A\hat{C}B$ en radians.

2/ Soit [CH] la hauteur issue de C dans le triangle ABC.

a- Calculer BH, AH et AB.

b- En déduire la valeur de $\cos(\frac{7\pi}{12})$