Prof : Gharbi T.

Série d'exercices
Polynôme- Barycentre- translation

Exercice n°1

1/ Factoriser x^2+x-3
2/ Soit $f(x)=x^3-x^2-5x+6$
   a/Vérifier que 2 est une racine de f(x)
   b/ Factoriser f(x)
   c/ résoudre dans R f(x) =0
   d/ résoudre dans R f(x)<0

.

Exercice n°2

On donne $A(x) = x^3 – 8x^2 + 19x –12$ et $B(x) = x^4 + 2x^3 – 16x^2 – 2x + 15$.

1) a/ Vérifier que 1 est une solution de l'équation A(x) = 0.
   b/ Déterminer les réels a, b et c tel que $A(x) = (x – 1) (ax^2 + bx + c)$.

   c/ On donne a =1, b = –7 et c = 12.
      i/ Résoudre alors A(x) = 0.
      ii/ Déduire une factorisation maximale de A(x).

   d/ Résoudre l'inéquation A(x) < –12.

2) a/ Vérifier que 1 et (–1) sont deux solutions de l'équation B(x) = 0.
   b/ Factoriser alors B(x).
   c/ Résoudre dans IR l'équation $x^2 + 2x –15 = 0$.
   d/ Factoriser le trinôme $x^2 + 2x –15$ et déduire une factorisation maximale de B(x).

3) On pose K(x) = B(x) – A(x) pour tout réel x.
   a/ Calculer B(3), B(1), A(3) et A(1).
   b/ Déduire deux racines de K(x) = 0.
   c/ Factoriser K(x).
   d/ Résoudre alors l'équation A(x) = B(x).
   e/ Résoudre l'inéquation K(x) < 0 .
   f/ Déduire le signe du réel : $(2006)^4 + (2006)^3 – 8\,(2006)^2 – 21\,(2006)^1 + 27$.

4) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{A(x)} - \frac{6}{x-1}$.

   a/ Déterminer l'ensemble de définition de f puis simplifier l'expression de f(x).

   b/ Résoudre l'inéquation : $\frac{1}{(x-1)(x^2-7x+12)} \langle \frac{6}{x-1}$.

Exercice n°3

Soit A, B et C trois points du plan non alignés.

1) a/ Construire le point I barycentre des points pondérés (A,2) et (B,3).
   b/ Déterminer l'ensemble : E = $\left\{M \in \mathcal{P} \text{ tel que } \left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\| = 5\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|\right\}$

2) On désigne par G le barycentre des points A, B et C affectés au coefficients 2, 3 et 5.
   a/ Montrer que G est le milieu de [IC].
   b/ Construire G.
   c/ Soit J le barycentre des points pondérés (B,3) et (C,5).
   Montrer que G est le barycentre des points pondérés (J,8) et (A ,2).

3) Soit K le barycentre des points A et C affectés au coefficients 2 et 5.
   a/ Montrer que G est le barycentre des points pondérés (K,7) et (B,3).
   b/ En déduire que les droites (AC) et (BG) sont sécantes en K, puis construire K.

4) Déterminer l'ensemble : F= $\left\{M \in \mathcal{P} \text{ tel que } \left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+5\overrightarrow{MC}\right\| = 2\left\|2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right\|\right\}$.

5) Montrer que $\frac{GK}{KB}+\frac{GJ}{AJ}+\frac{GI}{IC}=1$.

6) On donne les points B', C', I' et G' tels que : $10\,\overrightarrow{CG}+3\,\overrightarrow{BA}+5\,\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{0}$ et C', I', G' sont les images respectives des points C, I, G par $t_{\overrightarrow{AC}}$.
   a/ Construire B', C', I' et G'.
   b/ Montrer que G' est le milieu de [I'C'].
   c/ La parallèle à (BG) passant par B' coupe (AC) en K'. Montrer que K' = $t_{\overrightarrow{AC}}(K)$.
   d/ Montrer que K' est le barycentre des points A' et C' affectés aux coefficients que l'on déterminera.
   e/ Soit le point M' du plan tel que : $3\overrightarrow{MM'}-\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CM}$.
   Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M décrit l'ensemble E puis lorsque M décrit l'ensemble F.

Exercice n°4

Soit p(x)= $4x^3-2x^2-5x-14$

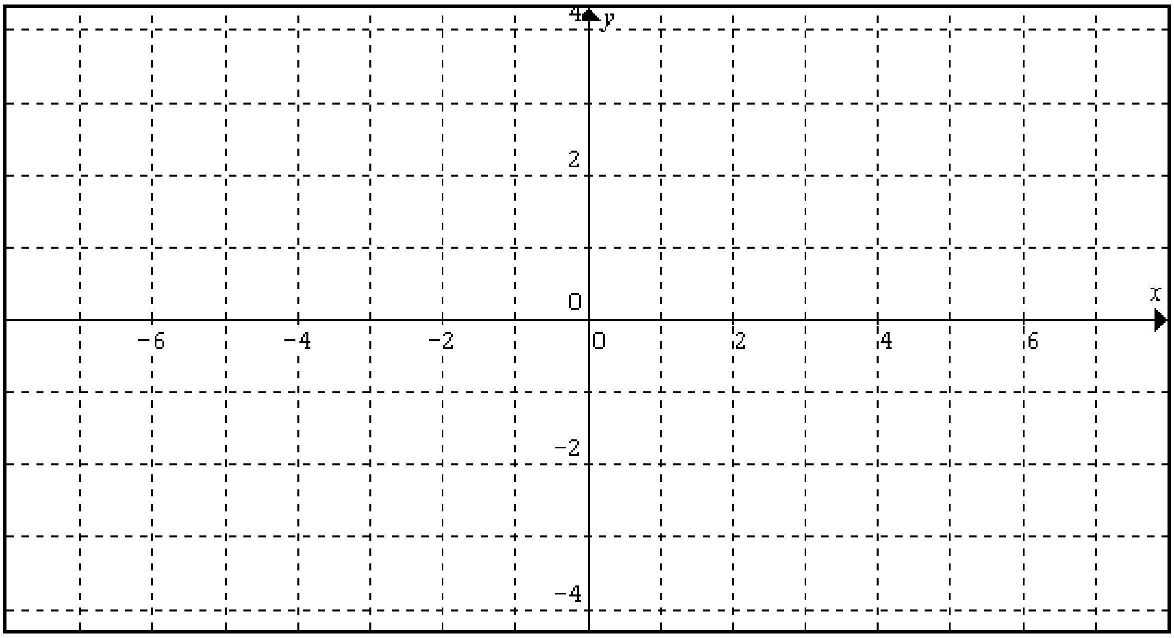
1/ Vérifier que 2est une racine de p(x) et factoriser p(x)

2/Simplifier $\frac{p(x)}{x^3-8+x-2}$

3/ Soit f(x)=x^3+2x^2-3x-6

   a/Vérifier que (-2) est une racine de f(x)
   b/ Factoriser f(x)
   c/ résoudre dans R f(x) <0

4/ Soit g(x) = $-5x^3+4x^2+8x-7$
   factoriser g(x) puis / Résoudre g(x)≤ 0


y
x
4
2
0
−2
−4
−6
−4
−2
0
2
4
6