

Série 2 d'exercices 2^{ème} sciences (Polynôme)

Exercice 1 : Soit $f(x) = \frac{3}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{x^2 + 2x - 2}$

- Déterminer l'ensemble de définition de cette fonction.
- S'agit-il d'une fonction rationnelle.
- Simplifier l'écriture de $f(x)$.
- Pour quelles valeurs de x , f est elle strictement négative ?

Exercice 2 : Montrer que la fonction

$f : x \rightarrow \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$ est un polynôme.

Exercice 3 :

Factoriser l'expression $-2x^2 + 17x - 21$.

Exercice 4 : Soit $P(x) = x^3 - x^2 - 43x + 7$

- Déterminer un polynôme Q tel que $P(x) = (x - 7) \cdot Q(x)$.
- Résoudre $P(x) = 0$

Exercice 5 : Soit $P(x) = x^4 - 4x^2 - x + 2$

Montrer que $P(x)$ se factorise par $(x - 2)$

Exercice 6 : Développer, réduire et ordonner :

$(x^8 + x^6 + x^4 + x^2 + 1)(x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1)$.

Le nombre $A = 10001000100010001$ est-il premier ?

Exercice 7 : $P(x) = x^4 - 5x^3 - 28x^2 + 20x + 96$

- Montrer que 8 et (-3) sont deux zéros (racines) du polynôme P .
- Déterminer un polynôme Q tel que pour tout réel x , on a $P(x) = (x - 8)(x + 3)Q(x)$
- Soit f la fonction rationnelle définie par :

$$f(x) = \frac{3}{(x - 8)(x + 3)} + \frac{9x}{P(x)}$$

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Simplifier l'écriture de $f(x)$.
- Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

d) Résoudre $\frac{3}{(x - 8)(x + 3)} \geq \frac{9x}{P(x)}$.

Exercice 8 :

1) Soit $g(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

- Chercher une racine entière de g .
- Résoudre $g(x) = 0$.

2) Soit $f(x) = \frac{1}{(x - 3)} + \frac{1}{g(x)}$.

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Résoudre $f(x) = 0$

c) Résoudre $\frac{1}{(3 - x)} < \frac{1}{g(x)}$.

Exercice 9 : Factoriser $P(x)$ et résoudre $P(x) = 0$

- $P(x) = x^3 + 12x^2 + 11x - 168$
- $P(x) = x^3 - 7x^2 + 8x - 15$
- $P(x) = x^5 - 3x^4 + x - 3$
- $P(x) = x^5 - 3x^4 - x + 3$.

Coup de pouce : (commencer par trouver une racine évidente)

Exercice 10 :

1) Développer, réduire et ordonner :

$(x^2 - \sqrt{2}x + 1)(x^2 + \sqrt{2}x + 1)$

2) On pose $P(x) = x^4 + 1$

- L'équation $P(x) = 0$. a-t-elle des racines ?
- Retrouver le résultat précédent en utilisant la première question.