***Exercice n° 1 :*** Soit $a$ un entier naturel non nul.

1. Rendre entier le dénominateur de l’expression : $A=\frac{1}{\left(a+1\right)\sqrt{a}+a\sqrt{a+1}}$
2. Montrer que $A=\frac{\sqrt{a}}{a}-\frac{\sqrt{a+1}}{a+1}$

***Exercice n° 2 :***

Soit $a$ et $b$ deux réels tels que $a-b=1$. Montrer que $2\left(a^{3}-b^{3}\right)-3\left(a^{2}+b^{2}\right)+1=0$

***Exercice n° 3 :***

$n$ désigne un nombre entier non nul. Ecrire la différence $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$ sous la forme d’un seul quotient ; puis, calculer la somme $\frac{1}{1×2}+\frac{1}{2×3}+…+\frac{1}{1999×2000}$

***Exercice n° 4 :***$ $

1. Montrer que pour tout $n\in N^{\*} $; $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ . En déduire la valeur de $A=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+…+\frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{8}}$
2. Montrer que pour tout $n\in N^{\*} ; 2\sqrt{n+1}<\frac{1}{\sqrt{n}}+2\sqrt{n}$ ; En déduire que$ \frac{1}{\sqrt{9}}+\frac{1}{\sqrt{10}}+…+\frac{1}{\sqrt{15}}>2$

***Exercice n° 5 :*** Soit $x$ un réel

1. Montrer que $1-x^{5}=\left(1-x\right)\left(1+x+x^{2}+x^{3}+x^{4}\right)$
2. En déduire que $1+x^{5}=\left(1+x\right)\left(1-x+x^{2}-x^{3}+x^{4}\right)$
3. Calculer alors les réels $A,B$ et $C$ tels que : $A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^{2}}+\frac{1}{2^{3}}+\frac{1}{2^{4}}$  ; $B=1-π+π^{2}-π^{3}+π^{4}$ ; $C=1+\frac{4}{9}+\frac{16}{81}-\frac{2}{3}+\frac{8}{27}$

***Exercice n° 6 :*** En considère les deux entiers $A=17^{6}-1$ et $B=17^{6}+17^{4}-2$

1. Factoriser $A$ puis en déduire une factorisation de $B$
2. Montrer alors que $A$ et $B$ sont divisibles par $144$

***Exercice n° 7 :*** Soient $a$ et$ b$ deux réels positifs tels que $a<b$

1. Montrer que $\frac{a}{b}<\frac{a+b^{2}}{b+a^{2}}$
2. En déduire que pour tout $n\in N^{\*} ; \frac{n-1}{n+1}<\frac{n^{2}+3n}{n^{2}-n+2}$

***Exercice n° 8 :***

Soient $x$ et $y$ deux réels positifs. Montrer que si $2x+4y=1$ alors $x^{2}+y^{2}\geq \frac{1}{20}$

***Exercice n° 9 :***

Soit $n$ un entier naturel supérieur où égale à $2$. On pose $A=\left(1+\frac{1}{n-1}\right)\left(1-\frac{1}{n}\right);B=\left(1-\frac{1}{2^{2}}\right)\left(1-\frac{1}{3^{2}}\right)\left(1-\frac{1}{4^{2}}\right)…\left(1-\frac{1}{n^{2}}\right)$

1. Calculer $A$
2. En déduire la valeur de $B$

***Exercice n° 10 :***

Déterminer l’arrondi à six décimales du coté d’un triangle équilatéral qui a même aire qu’un carré de coté 2m.

***Exercice n° 11 :*** Soient $a$ , $b$ et $c$ trois réels

1. Factoriser $A=a^{2}\left(b-c\right)+b^{2}\left(c-a\right)+c^{2}\left(a-b\right)$
2. On suppose que $a+b+c=0$
	1. Montrer que $a^{3}+b^{3}+c^{3}=3abc$
	2. En déduire les réels $x$ tels que $\left(-5x+3\right)^{3}+\left(4x-1\right)^{3}+\left(x-2\right)^{3}=0$

***Exercice n° 12 :***

1. Montrer que pour tout réels $x$ et $y $: $x^{2}+y^{2}\geq 2xy$
2. En déduire que pour tout réels $a,b$ et $c $:
	1. $a^{2}+b^{2}+c^{2}\geq ab+ac+bc$
	2. 3$ \left(a^{2}+b^{2}+c^{2}\right)\geq \left(a+b+c\right)^{2}$
	3. $\left(a^{2}+b^{2}\right)c+\left(b^{2}+c^{2}\right)a+\left(a^{2}+c^{2}\right)b\geq 6 abc$

***Exercice n° 13 :***

Soient $a$ et $b$ deux réels strictement positifs tels que : $a+b=1$. Montrer que pour tout réels $x$ et $y$ ; $\left(ax+by\right)^{2}\leq ax^{2}+by^{2}$

***Exercice n° 14 :*** Soit $n\in N^{\*}\\left\{1\right\}$

Montrer que $\frac{1}{n^{2}}\leq \frac{1}{n\left(n-1\right)} $ et $\frac{1}{n\left(n-1\right)}=\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}$ ; En déduire que $\frac{1}{2^{2}}+\frac{1}{3^{2}}+…+\frac{1}{999^{2}}\leq 1$