

Exercice 1 :

Choisir la ou les propositions exactes :

- La forme canonique de $x^2 - 2x - 3$ est :
 a) $(x+1)^2 + 4$; b) $(x-1)^2 - 4$; c) $(x-1)^2 + 4$.
- $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ est égale à :
 a) $1-\sqrt{2}$; b) $\sqrt{2}-1$; c) $|1-\sqrt{2}|$.
- $\sqrt{x-2} \leq 2$ équivaut à
 a) $x \in [2,6]$; b) $x-2 \geq 0$ et $x-2 \leq 4$; c) $x \in]-\infty,6]$.

Exercice 2 :

On considère l'expression $E = 9x^2 - 25 + (3x+5)(x-2)$

- Factoriser $9x^2 - 25$, puis factoriser E.
- Résoudre l'équation $E = 0$.
- a) Développer et réduire E.
 b) Retrouver les solutions de l'équation $E = 0$

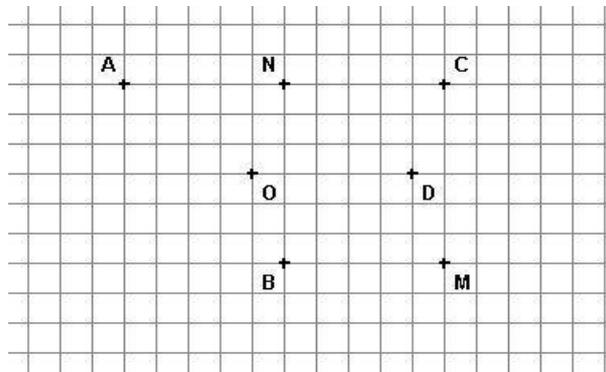
Exercice 3:

Recopier et compléter les quatre égalités ci-dessous:

$$\overrightarrow{OD} = \dots \overrightarrow{N} \quad ; \quad \overrightarrow{M} \dots = \overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \dots \quad ;$$

$$\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \dots$$

**Exercice 4:**

Soit ABC un triangle quelconque. On note A' le milieu du segment [AB].

- Placer les points M et L tel que $\overline{AM} = \frac{3}{2} \overline{AB}$ et $\overline{AL} = \frac{3}{4} \overline{AC}$.
- On considère le repère cartésien $(A, \overline{AB}, \overline{AC})$.
 a) Déterminer les coordonnées de chacun des points A, B, C, A', M et L.
 b) Montrer que les points A', M et L sont alignés.
- On donne les points $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$ et $Q\left(\frac{3}{2}, 1\right)$.

$$\text{Montrer que } \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{CB}.$$

Corrigé

Exercice 1 :

1. **b)** est la proposition exacte.

Car la forme canonique de $x^2 - 2x - 3$ est $x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 1 - 3 = (x - 1)^2 - 4$.

$$2. \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2 - 2\sqrt{2} + 1} = \sqrt{\sqrt{2}^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} + 1^2} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = |\sqrt{2} - 1|$$

Or $|\sqrt{2} - 1| = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$ car $\sqrt{2} > 1$.

Ainsi, **b)** et **c)** sont les propositions exactes.

3. $\sqrt{x - 2} \leq 2$ équivaut à $x - 2 \geq 0$ et $x - 2 \leq 4$
 équivaut à $x \geq 2$ et $x \leq 6$
 équivaut à $x \in [2, 6]$

Donc les propositions exactes sont **a)** et **b)**.

Exercice 2 :

$$1. 9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } E &= 9x^2 - 25 + (3x + 5)(x - 2) \\ &= (3x - 5)(3x + 5) + (3x + 5)(x - 2) \\ &= (3x + 5)(3x - 5 + x - 2) \\ &= (3x + 5)(4x - 7) \end{aligned}$$

$$2. E = 0 \text{ équivaut à } (3x + 5)(4x + 7) = 0 \text{ équivaut } 3x + 5 = 0 \text{ ou } 4x - 7 = 0$$

$$\text{équivaut à } x = -\frac{5}{3} \text{ ou } x = \frac{7}{4}.$$

Donc l'ensemble de solutions de l'équation $E = 0$ est $\left\{-\frac{5}{3}, \frac{7}{4}\right\}$.

$$3. \text{ a) } E = 9x^2 - 25 + (3x + 5)(x - 2) = 9x^2 - 25 + 3x^2 - 6x + 5x - 10 = 12x^2 - x - 35.$$

$$\text{ b) } E = 0 \text{ équivaut à } 12x^2 - x - 35 = 0.$$

Le discriminant de l'équation $E = 0$ est $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 12 \times (-35) = 1541 = 41^2$

L'équation $E = 0$ admet donc deux solutions distinctes :

$$x' = \frac{1 - 41}{24} = -\frac{5}{3} \text{ et } x'' = \frac{1 + 41}{24} = \frac{7}{4}.$$

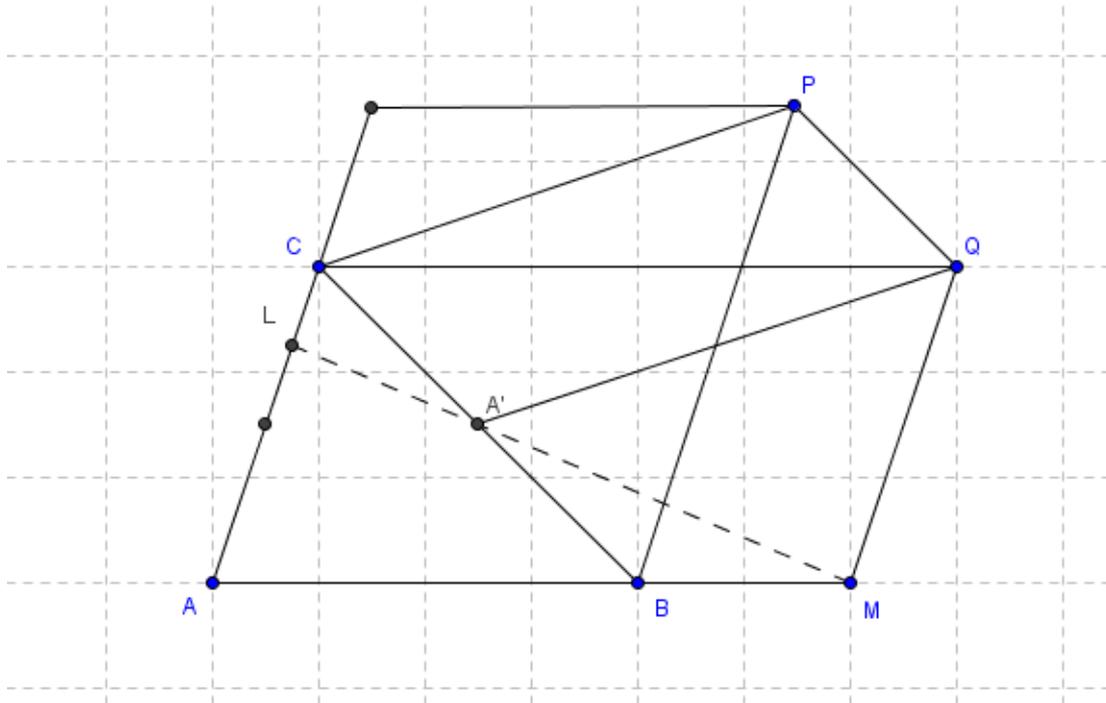
Corrigé

Exercice 3 :

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AN} \quad ; \quad \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BA} \quad ; \quad \overrightarrow{NO} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{ND} \quad ; \quad \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BA}$$

Exercice 4 :

1.

2. a) A est l'origine du repère donc $A(0, 0)$.

$$\overrightarrow{AB} = 1.\overrightarrow{AB} + 0.\overrightarrow{AC} \quad \text{donc } B(1, 0) \quad ; \quad \overrightarrow{AC} = 0.\overrightarrow{AB} + 1.\overrightarrow{AC} \quad \text{donc } C(0, 1) ;$$

$$A' \text{ est milieu du segment } [BC] \text{ donc } x_{A'} = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y_{A'} = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{d'où } A' \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right).$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + 0.\overrightarrow{AC} \quad \text{donc } M \left(\frac{3}{2}, 0 \right) ; \quad \overrightarrow{AL} = 0.\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} \quad \text{donc } L \left(0, \frac{3}{4} \right).$$

b) Cherchons les composantes de chacun des vecteurs $\overrightarrow{A'L}$ et $\overrightarrow{A'M}$:

$$\begin{cases} x_L - x_{A'} = -\frac{1}{2} \\ y_L - y_{A'} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{donc } \overrightarrow{A'L} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{cases} x_M - x_{A'} = 1 \\ y_M - y_{A'} = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{donc } \overrightarrow{A'M} \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Corrigé

Le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{A'L}$ et $\overrightarrow{A'M}$ est $\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \times 1 = 0$

Donc les vecteurs sont colinéaires, il en résulte que les points A', L et M sont alignés.

3. On a $\overrightarrow{PQ} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Ainsi $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{CB}$