APPLICATIONS DE LA DERIVATION : PROBLEME N°2

Soit f la fonction définie sur [- 4 ; 2] par : $\mathbf{f(x) = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x - \frac{3}{2}}$ de courbe représentative $\mathcal{C}$.

1/ a) Démontrer que $f(x) = (x - 1)(x + 3)(x + \frac{1}{2})$.

b) Réaliser le tableau de signes de $f(x)$.

c) En déduire les solutions de l'inéquation : $f(x) < 0$.

2/ a) Dériver la fonction f.

b) Démontrer que $f'(x) = (x + 2)(3x - 1)$.

c) Réaliser le tableau de signes de $f'(x)$.

d) En déduire le tableau de variation de f.

3/ a) Donner les coordonnées du point d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de l'axe des ordonnées.

b) Donner les coordonnées du ou des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ et de l'axe des abscisses.

4/ a) La courbe $\mathcal{C}$ admet-elle des tangentes particulières ? Pourquoi ?
Si oui, leur donner un nom et en donner une équation.

b) Donner une équation de T_1, tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1 et T_{-1}, tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse – 1.

5/ a) Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet exactement 3 solutions dans [- 4 ; 2].

b) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (pensez que certaines valeurs ont déjà été calculé !!)

x	**- 4**	**- 3**	**- 2**	**- 1**	**0**	**1**	**2**
f (x)							

c) Donner, grâce au tableau précédent, un encadrement d'amplitude 1 de chacune de ces solutions.

6/ Tracer sur l'intervalle [- 4 ; 2] les tangentes à la courbe vues dans les questions précédentes ainsi que la courbe $\mathcal{C}$. Pour tracer $\mathcal{C}$, on utilisera le tableau de variation de f ainsi que le tableau de valeurs précédent.