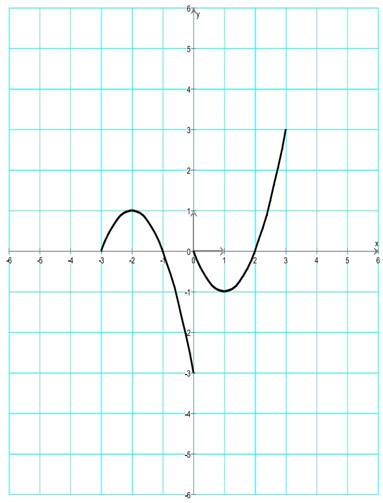
Lycée H P Manouba 3ème Math 2 Année scolaire : 2009-2010	Epreuve de : Mathématiques — Proposé par : Mr BEN ALI **DEVOIR DE CONTROLE N°1** Date : Le 09 /11/ 2009 — Durée : 2 heures

NOM : …………………………………………… PRENOM : ……………………………………………

CLASSE : …………………………………………… NUMERO : ……………………………………………

Exercice n°1 :



A\ Dans la figure ci-contre on a la représentation graphique ζ_f d'une fonction f définie sur $[-3,3]$.

1) Préciser les intervalles où f est continue

2) Résoudre graphiquement : $f(x)=0$ et $-3<f(x)\leq 0$

3) Déterminer $f([-3;2[)$ et $f([0;3])$.

4) Préciser les intervalles où la fonction $\sqrt{f}$ est continue .

5) Préciser les intervalles où la fonction $|f|$ est continue et tracer $\zeta_{|f|}$

B\ Soit la fonction g définie par : $g(x)=\begin{cases}\dfrac{-2x^2+3x+2}{x^2-5x+6} & ,\text{si } x<2\\ \dfrac{\sqrt{3x-2}-2}{2-x} & ,\text{si } x>2\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

2) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^+} g(x)$, $\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)$.

b) la fonction g admet –elle une limite en 2.

c) la fonction g est –elle prolongeable par continuité en 1 ? si oui définir ce prolongement .

3) Déterminer le domaine de continuité g .

Exercice n°2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $R=(O,\vec{i},\vec{j})$

1) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=x^3+x^2-2x-1$

a) Calculer les images par la fonction h de chacun des réels -2 , -1 , 0 et 2 .

b) En déduire que l'équation $h(x)=0$ admet exactement trois solutions distinctes α , β et γ .

c) prouver que $\alpha\beta\gamma=1$

2) Soit f et g les fonctions définies par $f(x)=\sqrt{x+2}$ et $g(x)=\dfrac{x+1}{x}$. On désigne par ζ_f et ζ_g les courbes représentatives des fonctions respectives f et g dans R

a) Montrer que si x_0 est une solution de l'équation $f(x)=g(x)$ alors x_0 est une solution de l'équation $h(x)=0$.

b) En déduire le nombre de points de $\zeta_f\cap\zeta_g$

Exercice n°3 :

A\ 1) a) En utilisant le principe de récurrence montrer que tout n de $\mathbb{N}$, 10 divise $3^{4n}-1$.

b) En Déduire que le reste de la division euclidienne de 3^{4n+1} par 10 est 3.

2) a- Montrer que le reste de la division euclidienne d'un entier naturel n par 10 est le chiffre des unités. .

b- En Déduire le reste de la division euclidienne de 1993^{2009} par 10 .

B\ 1) Soit a ,b et c trois entiers naturels non nuls tel que $a\wedge b=1$ et $a\wedge c=1$

a) Soit $d=a\wedge bc$, montrer que d divise c puis déduire la valeur de d

b) Déduire que $a^2\wedge b=1$ puis $a^2\wedge b^2=1$

2) Soit x et y deux entiers naturels non nuls. Montrer que $x\wedge y=1$ si et seulement si $(x+y)\wedge(xy)=1$

Exercice n°4 :

On considère dans le plan P un triangle équilatérale ABC tel que $AB=a$ où $a>0$.

Soit I le point tel que $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{CB}$

1) a) Calculer $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AB}$

b) Calculer $\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{BA}$

c) En déduire la nature du triangle ABI

2) Montrer que $CI=a\sqrt{7}$ .Déterminer alors $\cos\left(\widehat{CIB}\right)$.

3) Soit k un réel . On note $E_k=\{M\in P \text{ tel que } MA^2+2MB^2-2MC^2=ka^2\}$

a- Montrer que le point I est le barycentre des points pondérés $(A,1)$; $(B,2)$ et $(C,-2)$.

b- Discuter suivant les valeurs de k la nature de l'ensemble E_k

c- On donne $k=-1$.Vérifier que $B\in E_{-1}$ et montrer que (E_{-1}) est un cercle tangent à (AB) et à (AC).

FIN.