LYCEE NOUVELLE ERE HAMMAMET ***DEVOIR DE CONTROLE N° 1*** ***3EME*** **MATHS**

PROF :RAYES HAFEDH *****MATHEMATIQUES***** ***DUREE 2H***

EXERCICE N°1 :

A/ On considère la suite U définie par $U_0 = -1$ et $U_{n+1} = 1/3\ U_n + 2$ pour tout n.
1)Calculer U_1 et U_2 ; la suite U est elle arithmétique –est elle géométrique.
2)Soit V la suite définie sur IN par $V_n = U_n - 3$.
a)Montrer que V est une suite géométrique de raison q = 1/3 ; calculer V_0.
b)Calculer $\lim\limits_{n\to\infty} V_n$.
c)Exprimer V_n puis U_n pour tout n $\in$ IN.
d)Soit n $\in IN^*$, calculer $S_n = \sum\limits_{k=0}^{k=n-1} V_k$ puis $S'_n = \sum\limits_{k=0}^{k=n-1} U_k$ en fonction de n.

B/ Soit W la suite définie sur IN par $W_0 = 3$; $W_1 = 2$ et $W_{n+2} = \frac{4}{3}W_{n+1} - \frac{1}{3}W_n + 2$.

a)On pose $X_n = W_{n+1} - W_n$; Montrer que pour tout n $\in$ IN ona $X_{n+1} = \frac{1}{3}X_n + 2$

calculer X_0.
b) Déduire de la partie ***A/*** X_n en fonction de n.
c) Calculer W_n en fonction de n (Montrer que $X_0+X_1+\ldots\ldots+X_{n-1} = W_n - W_0$ et utiliser S'_n)

EXERCICE N°2 :

Soit $x \in \mathbb{R}$ telle que ($1- 2\sin^2 x$) $\neq 0$; On pose

$$f(x) = \frac{\cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x - 2\cos(x + \frac{2\pi}{3})}{1 - 2\sin^2 x} \quad (*).$$

1) a) Montrer que $\cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x = 2\cos(3x + \frac{\pi}{3})$

b) Montrer que $\cos 3x - \sqrt{3}\sin 3x - 2\cos(x + \frac{2\pi}{3}) = -4\cos 2x \sin(x - \frac{\pi}{6})$.

c) Déduire alors que $f(x) = -4\sin(x-\frac{\pi}{6})$. (**).

2) a) Utiliser (*) et calculer $f(\frac{\pi}{12})$,en déduire que $\sin(\frac{\pi}{12}) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

b)Calculer $\cos(\frac{\pi}{12})$.

3)Pour $x \neq (2k+1)\pi; k \in \mathbb{Z}$ on pose $t = tg(x/2)$.

a)Montrer que $f(x) = \frac{-2(t^2 + 2\sqrt{3}t - 1)}{1+t^2}$ (Développer d' abord (**).

b)Utiliser (**) et montrer que f($\frac{-7\pi}{12}$) $= 2\sqrt{2}$ en déduire la valeur de $tg\left(\frac{7\pi}{24}\right)$.

EXERCICEN°3 :

Soit la fonction f de IR dans IR définie par $\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x + 3 \\ f(x) = \sqrt{4x^2 - 5x + 9} \end{cases}$.

1)a/Donner le domaine de définition de f .
b/Montrer que f admet une limite en 0.
2)Calculer les limites suivantes.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x);\ \lim_{x\to+\infty} f(x);\ \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x};\ \lim_{x\to+\infty} (f(x) - x)$$

$$\lim_{x\to(-1)} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1}$$

EXERCICEN°4 :

Dans le plan P orienté on considère un cercle (C) de centre O et un point A de (C).

1)Placer sur (C) les points E , F et G définis par . $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OE}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$;

$\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OF}\right) \equiv -\frac{7\pi}{6}[2\pi]$; $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OG}\right) \equiv \frac{4\pi}{3}[2\pi]$.

2)Déterminer la mesure principale des chacun des angles orientés suivants.

$\left(\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{OE}\right); \left(\overrightarrow{GO}, \overrightarrow{OE}\right)$

3)Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M du plan vérifiant

$\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}\right) \equiv \frac{5\pi}{6}[\pi]$

Barème :EX1 6.5 pts
EX2 6.5
EX3 4
EX4 3