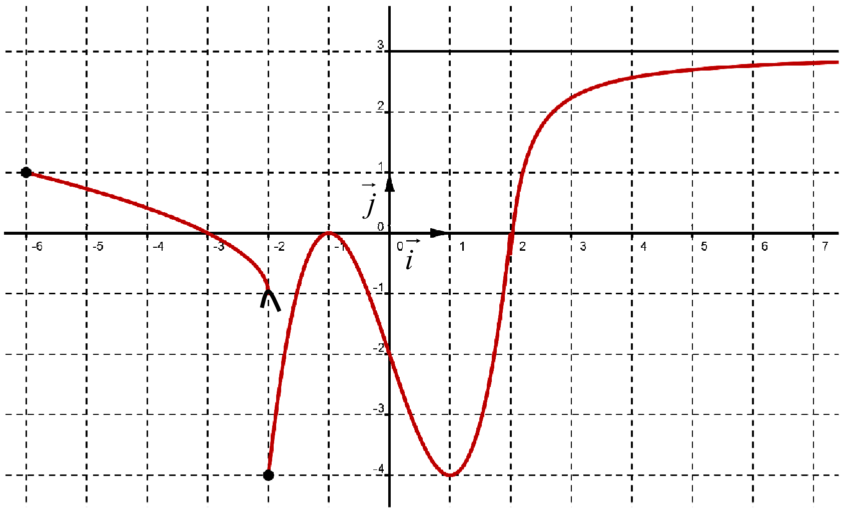
Mathématiques		*Devoir de Contrôle N° 1 :*
3ème Maths : M3 Date : le 30 / 10 / 2010	Durée : 2heures Coefficient : 4	*Enseignant : Ghadhab Lassad*

Exercice N°1 : *5,5 points*

On considère dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, ci-dessous, la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur $[-6,+\infty[$.



1) $a-$ Déterminer le domaine de continuité de f . Justifier .
   $b-$ Montrer que $f(x)=-1$ admet une unique solution sur $[-1,1]$.
   $c-$ Déterminer le nombre de solution de l'équation $f(x)=-1$, pour $x\in[-6,+\infty[$.

2) Répondre par **vrai** ou **faux** :
   a) Le réel 3 est le maximum de f sur $[-6,+\infty[$. ☐
   b) La fonction f admet un minimum sur $[-6,+\infty[$ en -2 . ☐
   c) La restriction de f à $[-6,0]$ admet un maximum en -6 . ☐

3) Déterminer $f([-2,+\infty[)$ et $f([-6,-2])$.

4) $a-$ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x)\geq 0$.

   $b-$ En déduire l'ensemble de définition de la fonction g définie par $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

   $c-$ Montrer que pour tout $x\in]-6,-3[$, $\dfrac{g(x)-1}{f(x)-1}=\dfrac{-g(x)}{\sqrt{f(x)}+1}$.

   $d-$ En déduire $\displaystyle\lim_{x\to(-6)^+}\left[\frac{g(x)-1}{f(x)-1}\right]$

5) Montrer que la fonction $h:x\mapsto\dfrac{1}{\sqrt{8-2f(x)}}$ est bornée sur $[-6,+\infty[$.

Exercice N° 2: 6,5 *points*

I – On considère la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$.

1) Déterminer le domaine de définition de g.

2) a – Justifier la continuité de g sur D_g.

b – Montrer que $g(x)=x^2$ admet au moins une solution dans $]1,2[$.

3) a – Montrer que pour tout $x\in D_g$, $g(x)=\sqrt{x+1}+1$

b – En déduire que g est prolongeable par continuité en 0.

II – Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$, par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3+1}{x+1} & \text{si } x\in\left]-\infty,-1\right[\\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-(1+x)}{x} & \text{si } x\in\left[-1,0\right[\\ f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}+a & \text{si } x>0 \end{cases}$

Où a est un réel.

1) Etudier la continuité de f en (-1).

2) a – Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-1$.

b – Déterminer a pour que f admet un prolongement par continuité en 0.

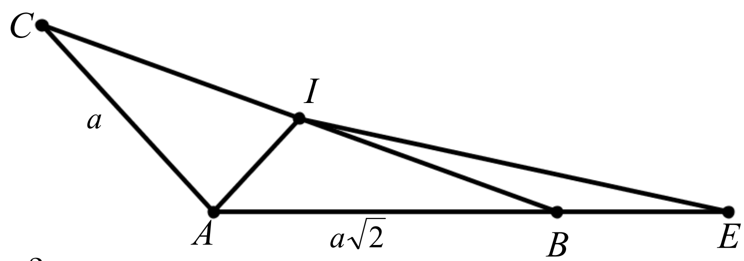
3) Déterminer le domaine de continuité de f. (justifier)

Exercice N° 3: 6 *points*

Dans le plan $\mathscr{P}$, on considère un triangle direct ABC tels que :

$AB=a\sqrt{2}$, $AC=a$ et $Cos\,(\widehat{BAC})=\dfrac{-\sqrt{2}}{2}$.

On désigne par I le milieu de $[BC]$



1) a – Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

b – Vérifier que $\overrightarrow{AI}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$.

c – En déduire $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AC}$. Que peut on conclure ?

2) Soit E le point de $\mathscr{P}$ tel que $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

a – Calculer $\overrightarrow{IE}.\overrightarrow{AC}$.

b – Vérifier que $\overrightarrow{IE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

c – En déduire que $IE=\frac{\sqrt{13}}{2}a$.

3) Soit M un point de la droite (AC) . On pose $\overrightarrow{AM}=b\overrightarrow{AC}$, où b est un réel.

a – Montrer que $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}=-a^2\left(\frac{1}{2}+b\right)$.

b – En déduire le point F de la droite (AC) tel que (IF) est perpendiculaire à (AB).

Exercice N° 4: 2 *points*

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

1) Pour tous vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\vec{u}^2=\vec{v}^2$ alors :

a) $\vec{u}=\vec{v}$ ou $\vec{u}=-\vec{v}$.
b) $(\vec{u}+\vec{v})$ et $(\vec{u}-\vec{v})$ sont orthogonaux.
c) $(\vec{u}+\vec{v})$ et $(\vec{u}-\vec{v})$ sont colinéaires.

2) Soient A et B deux points du plan tel que $AB=2$ et M un point de (AB) vérifiant $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=6$ alors :

a) $M\in[AB]$.
b) $M\in[BA)\setminus[BA]$.
c) $M\in[AB)\setminus[AB]$.

3) A, B , C et D quatre points de plan deux à deux distincts, si : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ alors:

a) $C=D$.
b) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$.
c) $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{DC}$

4) Si $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-2\end{pmatrix}$ alors :

a) $\|\vec{u}\|^2-\vec{u}.\vec{v}=36$.

b) $\|\vec{u}\|^2-\vec{u}.\vec{v}=\|\vec{u}\|^2$.

c) $\|\vec{u}\|^2-\vec{u}.\vec{v}=0$.