Prof	Mechmeche Imed	Devoir de contrôle N°1	Matière	Maths
Lycée	Borj-cedria		Date	03/11/2010
Niveau	$3^{ème}$ Maths		Durée	2 h

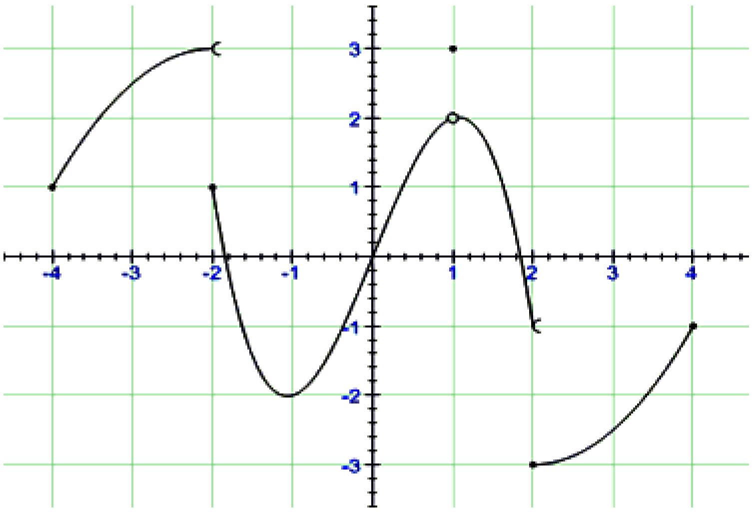
Exercice 1 : (3 pts)

Répondre par vrai ou faux.

1. Si une fonction f n'est pas continue en a alors f n'admet pas de limite en a.
2. Si f admet une limite finie en a alors elle est continue en a.
3. Si f admet une limite à droite en a et une limite à gauche en a alors elle admet une limite en a
4. Si f est continue sur chacun des intervalles $[0\,;1]$ et $]1\,;2]$ alors f est continue sur $[0\,;2]$
5. f est continue à droite en a et continue à gauche en a signifie $\lim_{a} f = f(a)$
6. La fonction $x \mapsto \frac{\sqrt{x^2}}{x}$ n'admet pas de limite en 0.

Exercice 2 : (4 pts)

La figure ci-contre représente la courbe d'une fonction f. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



1. Quel est l'ensemble de définition de f
2. Déterminer $f(-2)$; $f(1)$; $f(2)$
3. Déterminer les limites à gauche et à droite de f en -2 et 1
4. Quels sont les intervalles sur lesquels f est continue.
5. Déterminer $f([-2\,;0])$; $f(]1\,;4])$
6. Soit g la fonction définie sur $[-4\,;4]$ par : $g(x) = f(x)$ si $x \neq 1$ et $g(1) = 2$

   a. Peut-on dire que g est le prolongement par continuité de f en 1 ? (justifier votre réponse)

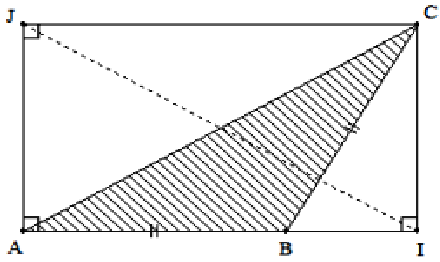
   b. Peut-on dire que g est une fonction impaire ? (justifier votre réponse)

Exercice 3 : (3 pts)

Soient deux réels a et b, et la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+4x^2+4x}{|x+1|-1} & \text{si } x \neq -2 \text{ et } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = -2 \\ 4 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

1. Montrer que f est continue en tout réel x différent de -2 et 0
2. Montrer que f est continue en 0
3. Déterminer a pour que f soit continue en -2
4. Montrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une solution dans l'intervalle $[-1\,;0]$

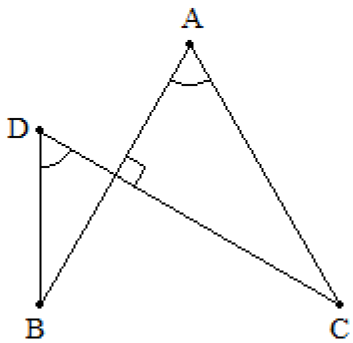
Exercice 4 : (6 pts)



Dans la figure ci-contre AICJ est un rectangle tel que $\mathrm{AC} = 4\sqrt{3}$ et B un point de $[\mathrm{AI}]$ tel que $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = 4$

1. Montrer que $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = -8$
2. En déduire que $\cos\widehat{ABC} = -\frac{1}{2}$ et que $BI = 2$
3. Montrer que $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CI} = 12$ et $\overrightarrow{CB}.\overrightarrow{CJ} = 12$
4. En déduire que $(CB) \perp (IJ)$
5. Soient $\Delta = \{M \in P\ ;\ MA^2 - MB^2 = 32\}$ et $\Gamma = \{M \in P\ ;\ MA^2 + MB^2 = 64\}$
   a. Montrer que $M \in \Delta$ signifie que $\overrightarrow{\mathrm{OM}}.\overrightarrow{\mathrm{AB}} = 16$ avec O le milieu de $[AB]$
   b. Montrer que $\mathrm{C} \in \Delta$ puis déterminer Δ
   c. Montre que Γ est le cercle de centre O passant par C

Exercice 5 : (4 pts)



Dans la figure ci-contre on a : $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}}\right) \equiv \frac{-53\,\pi}{3}\ [2\pi]$

$\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{DB}}, \overrightarrow{\mathrm{DC}}}\right) \equiv \frac{49\,\pi}{3}\ [2\pi]$ et (CD) la médiatrice de $[\mathrm{AB}]$

1. Montrer que le triangle ABC est équilatéral
2. Montrer que les points A , B , C et D sont sur un même cercle $\mathcal{C}$
3. Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{BD}}, \overrightarrow{\mathrm{BA}}}\right) \equiv -\frac{\pi}{6}\ [2\pi]$
4. En déduire que $(\mathrm{BC}) \perp (\mathrm{BD})$ et que $\mathcal{C}$ est le cercle de diamètre $[\mathrm{DC}]$
5. Reproduire la figure sur votre copie puis déterminer et construire l'ensemble des points M tels que $\left(\widehat{\overrightarrow{\mathrm{MB}}, \overrightarrow{\mathrm{MA}}}\right) \equiv -\frac{\pi}{6}\ [2\pi]$

Bon travail.