

Une grande importance sera attachée à la clarté de la rédaction et au soin de la présentation

EXERCICE 1 (3pts):

Cocher la réponse exacte :

1) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ et telle que $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2$ alors :

f est prolongeable par continuité en 1 , f est continue en 1 , $f(1) = -2$

2) Si \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs colinéaires et de sens contraires de norme respectives 3 et 5 alors $(\vec{u} - 2\vec{v})^2$ est égal à :

169 , 109 , 49

Dans le plan muni d'un repère orthogonal, C_f est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-\sqrt{2}; +\infty[$. Répondre par vrai ou faux.

a) $f(2) = 1$; b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$.

c) Le domaine de continuité de f est $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

d) 4 est le maximum de f sur D_f .

e) Pour tout $x \in [-\sqrt{2}; 2]$ on a : $2 \leq f(x) \leq 4$.

f) $f([- \sqrt{2}; 3]) = [0; 4]$.

EXERCICE 2 (6pts):

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{2x}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = \frac{1}{8}$.

1)a) Déterminer le domaine de définition D_f de f .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ puis déduire que f est continue en 0.

2)a) Montrer que f est continue sur $[-4; +\infty[$. b) Montrer que $f(-4)$ est un maximum de f sur $[-4; +\infty[$.

c) Montrer que f est bornée sur $[-4; +\infty[$.

3)a) Montrer que l'équation $f(x) = x - 3$ admet au moins une solution α dans l'intervalle $\left[\frac{9}{4}; 5\right]$.

b) Déterminer une valeur approcher de α à 10^{-1} près.

4) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in]0; +\infty[\\ \frac{-x^3 + 4x^2 - x - 6}{x+1} & \text{si } x \in]-\infty; 0] \setminus \{-1\} \\ a & \text{si } x = -1 \quad (a \in \mathbb{R}) \end{cases}$.



- a) Etudier la continuité de g en 0 . La fonction g est-elle continue en 0 ?
- b) Calculer a pour que g soit continue en -1 .
- c) On prend $a = 10$. Déterminer le domaine de continuité de g . (expliquer)

EXERCICE3(7pts):

Soit ABCD un carré tel que $AB = 3$. On désigne par E le symétrique de C par rapport à B et par J le point du segment $[DC]$ tel que $CJ = 1$ et par K le point du segment $[BE]$ tel que $EK = CJ$.

1) Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AK} = -6$ et $\overrightarrow{JD} \cdot \overrightarrow{AK} = -6$ puis déduire que $(AJ) \perp (AK)$.

2)a) Calculer KD et KJ .

b) Calculer $\cos(DKJ)$ puis déduire que $\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KD} = 28$.

3)a) Soit I le milieu de $[JK]$. Montrer que $DI = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

b) Soit $\zeta = \{M \in P / \overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MK} = 6\}$. Montrer que ζ est le cercle de centre I et de rayon DI .

4)a) Vérifier que D est le barycentre des points pondérés $(J, 3)$ et $(C, -2)$.

b) Soit $f(M) = 3MJ^2 - 2MC^2$ et $g(M) = f(M) - MC^2$ et $H = D * C$.

Montrer que $f(M) = MD^2 - 6$ et $g(M) = 2\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{CD} - 6$.

c) Déterminer les ensembles suivants : $\zeta' = \{M \in P / f(M) = 3\}$ et $\Delta = \{M \in P / g(M) = -6\}$.

EXERCICE4(4pts):

Dans le plan orienté on considère un triangle EFG isocèle en E tel que $(\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{FE}) \equiv -\frac{35\pi}{3} [2\pi]$.

1)a) Montrer que $(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG}) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$ puis construire le triangle EFG.

b) Donner la mesure principale de $(\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FG})$.

2) Soit $A = F * G$ et B le point de (EA) tel que $(\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FB}) \equiv \frac{3\pi}{2} [2\pi]$. Placer le point B.

3)a) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FG})$ puis déduire la nature du triangle FBG (justifier).

b) Donner la mesure principale de chacun des angles orientés suivants :

$(\overrightarrow{EG}, \overrightarrow{FB})$, $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{BG})$ et $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{FG})$.



BON TRAVAIL