Lycee H. Souk Djerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Contrôle N : 1 Durée :2 Heures	3 Mathématique 1 09 Novembre 2011

EXERCICE N : 1 (9 points)

A) Soit g la fonction définie sur] - ∞ ; 0] par : $g(x) = \sqrt{x^2+4} - x$.

1) Montrer que pour tout $x \in]-\infty ; 0]$ on a : $x^2 + 4 \geq (x+2)^2$ et $\sqrt{x^2+4} \geq x+2$.

2) En déduire que la fonction g est minorée par 2 .

3) 2 est- il un minimum absolu de g sur] - ∞ ; 0] ? justifier la réponse .6

B) Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = g(x) & \text{si} \quad x \leq 0 \\ f(x) = \dfrac{x^2+2x-8}{x^2-4} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$

On désigne par **(Cf)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Déterminer Df le domaine de définition de f . justifier la réponse

b) Montrer que f est continue en 0 .

c) Etudier la continuité de f sur son domaine de définition .

2) Montrer que f est prolongeable par continuité en 2 .

3) a) Sans résoudre l'équation : f (x) = 3 ,montrer qu'elle admet au moins une solution α dans [- 1 ; 1]

b) On admet que α est unique .

En utilisant la méthode par dichotomie , déterminer un intervalle d'amplitude 0.5 contenant α .

4) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter géométriquement le résultat obtenu .

b) Calculer : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) + 2x]$. Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

EXERCICE N : 2 (3 .5 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct .

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}}) \equiv \frac{\pi}{6} (2\pi)$.

1) a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}}) \equiv -\frac{\pi}{3} (2\pi)$.

b) Construire le triangle ABC .

2) On désigne par I le milieu de [BC] . La médiatrice Δ de [BC] coupe (AC) en J .

a) Donner la mesure principal de $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BJ})$.

b) Montrer que les points A , B , I et J appartiennent à un même ($\mathscr{C}$) que l'on précisera .

3) a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{JA}, \overrightarrow{JB}}) \equiv -\frac{\pi}{3} (2\pi)$.

b) Déduire la construction de l'ensemble $\Gamma = \{ M \in P \text{ tels que } (\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) \equiv -\frac{\pi}{3} (2\pi) \}$.

EXERCICE N : 3 (*7.5 points*)

A) *Soit ABC un triangle rectangle en B tels que : AB = 5 et BC = 2 . E un point du [AB] tel que AE = 3 , D le projeté orthogonal de E sur (AC) et F = S_B (C) .*

1) *Calculer $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}$ puis déduire AD .*

2) a) *Calculer $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}$ puis déduire que $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AC} = 21$.*

b) *Déterminer alors la valeur du $\cos(\widehat{CAF})$.*

B) *On pose : $\Delta = \{ M \in P$ tels que : $2\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AC} = 3\,\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{CA} \}$*

$\mathscr{C} = \{ M \in P$ tels que : $2\,MA^2 + 3\,MB^2 = 50 \}$

1) *Vérifier que E est le barycentre des points pondérés (A , 2) et (B , 3) .*

2) *Montrer que Δ est une droite que l'on précisera .*

3) a) *Montrer que pour tout $M \in P$; $2\,MA^2 + 3\,MB^2 = 5\,ME^2 + 30$.*

b) *Déduire alors la nature de $\mathscr{C}$ et ses caractéristiques .*

C) *Soit **R** $\left(B ; \frac{\overrightarrow{BA}}{5} ; \frac{\overrightarrow{BC}}{2} \right)$ un repère orthonormé du plan .*

1) *Déterminer les coordonnées de A , C et E dans le repère **R** .*

2) *Ecrire une équation cartésienne de chacun des ensembles Δ et $\mathscr{C}$.*