

Le sujet comporte quatre exercices répartis en deux pages

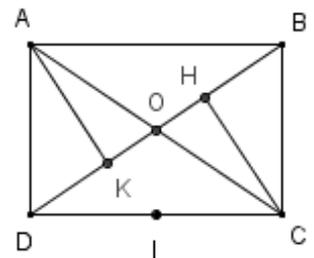
EXERCICE N1: (3 points)

Pour chacune des propositions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Indiquez sur votre copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- 1) Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{|x|-1}$. Alors l'ensemble de définition de f est :
- a/ $[-1,1] \setminus \{0\}$ b/ $] -1,1[$ c/ $] -\infty, -1[\cup] 1, +\infty[$

- 2) La fonction $f : x \mapsto \sqrt{1-4x}$ est continue en :
- a/ 3 b/ -1 c/ $\frac{1}{4}$

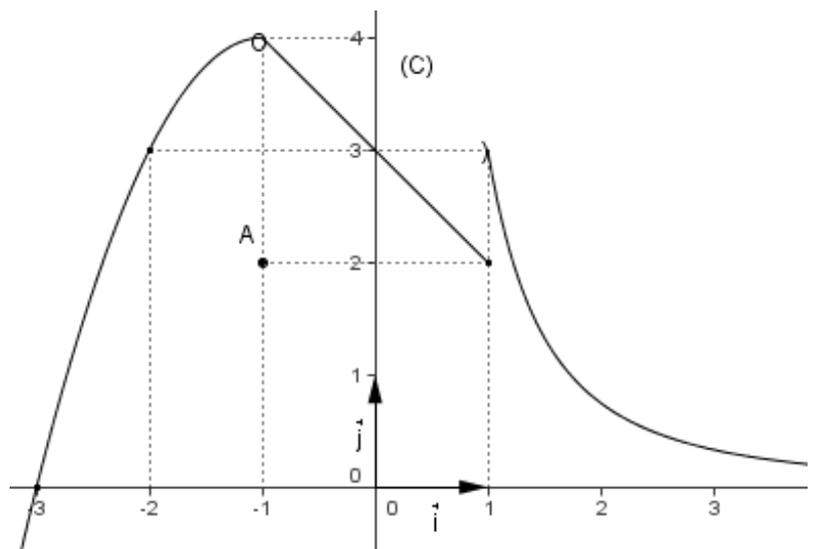
- 3) Dans la figure ci-contre on considère un rectangle ABCD de centre O. H et K sont respectivement les projetés orthogonaux des points C et A sur (DB). Soit I le milieu de [CD]



- i) Le réel $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ est égale à :
- a/ $KH \times BD$ b/ $-KH \times BD$ c/ 0
- ii) L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{IO} \cdot \overrightarrow{IM} = 0$ est :
- a/ $\{I\}$ b/ (DC) c/ $(OI) \setminus]IO[$

EXERCICE N2: (4 points)

Dans le graphique ci-contre on a tracé la courbe (C) d'une fonction f telle que (O, \vec{i}) est une asymptote au voisinage de $+\infty$. (Tenir compte que $A \in (C)$).



- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f
- 2) a/ Déterminer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$
 b/ Etudier la continuité de f en 1 et en -1.
 c/ Déterminer les intervalles sur lesquels f est continue.
- 3) Déterminer l'image par f de chacun des intervalles suivants : $] -\infty, -1[$; $] 1, +\infty[$; $[-1,1]$ et $[0, +\infty[$
- 4) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} chacune des inéquations suivantes : $f(x) \geq 0$ et $f(x) > \frac{-3}{2}x$
- 5) A l'aide du graphique, discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$

EXERCICE N3: (6 points)

I/ Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^3 - 3x + \frac{1}{2}$

Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution α dans $[0,1]$.

II/ On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{2x^2+1}+x-1}{x} & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ (a^2 - a)x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

(où a est un paramètre réel)

1) a/ Montrer que pour tout réel $x \in]0,2]$ on a : $g(x) = \frac{x+2}{\sqrt{2x^2+1}-x+1}$

b/ Etudier la continuité de la fonction g en 0.

2) Déterminer les valeurs du paramètre réel a pour lesquelles la fonction g est continue en 2.

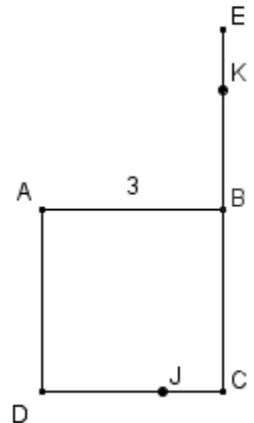
3) Sachant que $a=-1$:

a/ Montrer que la fonction g est continue sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

b/ En déduire que la fonction $h : x \mapsto |x| \cdot g(x)$ est continue sur \mathbb{R} .

EXERCICE N4: (7 points)

Dans un plan P , on considère un carré $ABCD$ tel que $AB=3$. On désigne par E le symétrique de C par rapport à B , par J le point du segment $[DC]$ tel que $CJ=1$ et par K le point du segment $[BE]$ tel que $EK=CJ$.



1) a/ Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AK} = -6$ et que $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{AK} = 6$

b/ En déduire que les droites (AJ) et (AK) sont perpendiculaires.

2) a/ En utilisant l'une des formules d'EL KASHI, Calculer $\cos(\widehat{DKJ})$.

b/ En déduire que $\overrightarrow{KJ} \cdot \overrightarrow{KD} = 28$

3) Soit I le milieu de $[JK]$.

a/ Calculer $\overrightarrow{DJ} \cdot \overrightarrow{DK}$. En déduire que $DI = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

b/ On désigne par (Γ) l'ensemble des points M du plan P tels que : $\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{MK} = 6$

Montrer que (Γ) est un cercle de centre I et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Recopier le schéma sur votre copie et construire (Γ) .

4) La droite (DK) recoupe (Γ) en un point F . Soit D' le symétrique de D par rapport à I .

Montrer que $\overrightarrow{KF} \cdot \overrightarrow{KD} = -6$

Bon travail