Lycée Mateur

DEVOIR DE CONTRÔLE N:1

Hamda Abbes

Mathematiques
04/11/2014

3Maths

EXERCICE :1 (4p) Pour chacunes des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse choisie Aucune justification n'est demondée..

1. Soit f une fonction définie sur$]-1;1[$ et vérifie $|f(x)| \leq 2|x|$ pour tout $x \in]-1;1[$, alors la limite de f en 0 est :

   (a) 0 (b) 2 (c) n'existe pas

2. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^*$,telle que $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$ alors :

   (a) f continue en 0. (b) f pronlongeable par continuité en 0. (c) $f(0) = 0$

3. L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} = AB^2$ est :

   (a) Un cercle de diamètre $[AB]$.
   (b) La droite perpendiculaire à (AB) et passant par A.
   (c) La droite perpendiculaire à (AB) et passant par B.

4. **Répondre par Vrai aux Faux:**

   (a) Soit f une fonction définie continue sur $[0;2]$ telle que $f(0).f(2) > 0$ alors: l'équation $f(x) = 0$ n'admet pas des solutions dans $[0;2]$.
   (b) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$, vérifie $\lim_{x\to 0}(f(x) + f(2x)) = 0$ alors: $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$.

EXERCICE :2 (7.5p)

A/ On concidère la fonction $\varphi(x)$ définie par : $\varphi(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$.

1. Déterminer D_φ l'ensemble de définition de la fonction φ.

   (a) Vérifier que φ est une fonction paire sur D_φ.
   (b) Montrer que pour tout $x \neq 0$, $\varphi(x) = \dfrac{1}{2}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$.
   (c) En déduire que φ est prolongeable par continuité en 0.

2. Montrer que l'équation $\varphi(x) = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ admet au mois deux solutions dans $]-1;1[$.

B/ Soit f la fonction définie sur $[-1;+\infty[$ par : $f(x) = \begin{cases} \varphi(x) & si \quad x \in [-1;0[\\ \dfrac{x^2+m^2}{x+1} & si \quad x \in [0;1] \\ \dfrac{x^2+x-2}{x-1} & si \quad x \in]1;+\infty[\end{cases}$

1. Déterminer m pour que f soit continue en 0.
2. Calculer la limite à droite de la fonction f en 1.
3. Montrer que si la fonction f est continue en 0, alors f discontinue en 1.
4. Discuter suivant les valeurs de m la continuité de lafonction f sur $[-1;+\infty[$.

EXERCICE :3 (8.5)

Soit A et B deux poits du plan tels que $AB = 2$ et G le barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-1)$.

1. Montrer que pour tout points M du plan , $2MA^2 - MB^2 = MG^2 + 2GA^2 - GB^2$.
2. Calculer AG et BG.
3. Soit Γ l'ensemble des points M du plan tels que $2MA^2 - MB^2 = 1$.
   (a) Déterminer l'ensemble Γ .
   (b) Consteruire Γ.
4. On considère I le milieu de $[AG]$ et $\left(I.\overrightarrow{IG}.\overrightarrow{j}\right)$ un repère orthonormée du plan.
   (a) Déterminer une équation cartisiènne de l'ensemble Γ.
   (b) Vérifier que le point $C\left(2.2\sqrt{2}\right)$ appartient à l'ensemble Γ.
5. Montrer que la droite T d'équation : $x + 2\sqrt{2}y - 10 = 0$, et la tangente à Γ en C.