Lycée Nfidha I
Prof : Kefi Chokri
Classe : $3^{ème}$ M_1

Devoir de contrôle N° 1
Mathématiques

Année : 2014/2015
Date : 10/11/2014
Durée : 2 heures

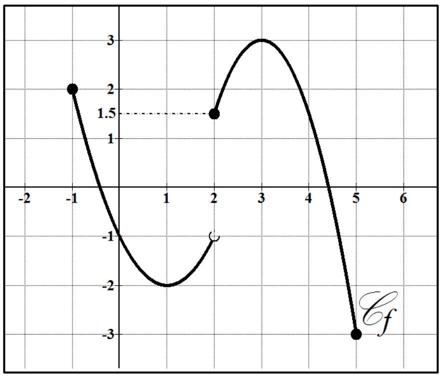
Exercice 1 : QCM (4pts)

Pour Chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée :

1) Soit f une fonction définie sur $IR\setminus\{2\}$ tel que $\lim_{x\to2^+} f(x)=-2$ et $\lim_{x\to2^-} f(x)=-2$ alors :

a/ f est continue en 2.
b/ f est prolongeable par continuité en 2. (1pt)
c/ $f(2)=-2$

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-1,5]$.
(Voir la figure ci-contre)



a/ $f(]-1,5])=[-3,-1[\cup\left[\frac{3}{2},3\right]$
b/ $f(]-1,5])=[-2,2[$ (1pt)
c/ $f(]-1,5])=[-3,3]$

3) Soit A et B deux points de P tel que $AB=4$.
On désigne par (E) l'ensemble des points M du plan tel que : $(E)=\{M\in P \,/\, \overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AB}=8\}$

a/ (E) est le cercle de diamètre $[AB]$.
b/ (E) est la médiatrice de $[AB]$. (1pt)
c/ (E) est le milieu de $[AB]$

4) Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ 3 vecteurs du plan orienté P telle que $\left(\widehat{2\vec{u},-3\vec{v}}\right)\equiv\frac{11\pi}{12}[2\pi]$ et $\left(\widehat{-\frac{1}{2}\vec{w},3\vec{v}}\right)\equiv-\frac{7\pi}{12}[2\pi]$,

alors :

a/ $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires de même sens
b/ $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires de sens contraires (1pt)
c/ $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux

Exercice 2 : (6pts)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB=5$ et $BC=6$ et soit $I=B*C$

1/ Calculer AI. (0.5pt)
2/ Montrer que $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}=7$ (0.75pt)
3/ Soit H le barycentre des points pondérés $(A,1)$ et $(B,-2)$.
a) Calculer AH et BH. (0.75pt)
b) Déterminer l'ensemble $(E)=\{M\in P \,/\, MA^2-2MB^2=25\}$. (1pt)

4/ Soit la fonction f définie par : $\mathbf{f : P \longrightarrow IR}$

$$\mathbf{M \longrightarrow \overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{IM}\bullet\overrightarrow{BC}}$$

a) Calculer $f(B)$ et $f(C)$. (1pt)
b) Montrer que pour tout point M du plan P on a : $f(M)=\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{AC}$. (1pt)
c) Déterminer l'ensemble $(F)=\{M\in P \,/\, f(M)=25\}$. (1pt)

Devoir.tn toutes les matières, tous les niveaux

Exercice 3 : (3pts)

Soit A , B , C et D quatre points du plan tel que :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right)\equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi] \quad ; \quad \left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}}\right)\equiv \frac{7\pi}{12}[2\pi] \quad \text{et} \quad \left(\widehat{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}}\right)\equiv \frac{4\pi}{3}[2\pi]$$

1/ Déterminer la mesure principale des angles $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{DC}\right)$ et $\left(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AB}\right)$. (1.5pt)

2/ Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}\right)$. (1pt)

3/ En déduire la nature du triangle BCD. (0.5pt)

Exercice 4 : (7pts)

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2x+1}{(x+1)} & si\ \ x\in\left]-\infty\ ;-1\right[\\ \dfrac{|x|}{2}+\dfrac{1}{2} & si\ \ x\in\left[-1\ ;0\right[\\ \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} & si\ \ x\in\left]0\ ;+\infty\right[\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f. (0.5pt)

2) Etudier la continuité de f en -1 . (1pt)

3) a/ Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ (1pt)

b/ f est-elle continue en 0 ? (0.5pt)

c/ f est-elle prolongeable par continuité en 0 ? (0.5pt)

4) Montrer que f est minorée par 0 et majorée par $\dfrac{1}{2}$ sur $\left]0\ ,+\infty\right[$. (1pt)

5) Montrer que f est décroissante sur $\left]0\ ,+\infty\right[$. (0.75pt)

6) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+x}{2x} & si\ \ x\in\left]-\infty\ ;0\right[\\ \dfrac{1}{2} & si\ \ x=0 \\ f(x) & si\ \ x\in\left]0\ ;+\infty\right[\end{cases}$

a/ Montrer que g est continue en 0. (1pt)

b/ Montrer que l'équation $g(x)=\dfrac{1}{4}x$ admet dans $\left]1\ ;\ 2\right[$ une unique solution α. (0.75pt)

Bon travail

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux