Lycée Bachir Sfar Amdoun — Prof :Ghomriani Béchir

Le 11/11/2015 — Devoir de contrôle N°1

Durée :2 heures — 3ème Math

Exercice N°1 : $(3pts)$

On considère la fonction f définie sur $IR\setminus\{2\}$ par $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & si\ x<2\\ \dfrac{x-2}{\sqrt{x+2}-2} & si\ x>2\end{cases}$

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$
2. Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$
3. La fonction f admet-elle une limite en 2 ?

Exercice N°2 : $(7pts)$

$\underline{I}|$ Soit la fonction f définie sur par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{1+4x}-1}{x}$

1. Déterminer le domaine de définition de la fonction f
2. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0

$\underline{II}|$ soit la fonction g définie sur $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right[$ par : $g(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+4x}-1}{x} & si \quad x\neq 0\\ 2 & si \quad x=0\end{cases}$

1. Montrer que g est continue sur $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right[$
2. Montrer que l'équation $g(x)-x=0$ admet au moins une solution dans $[1;2]$
3. Montrer que $g(x)=\dfrac{4}{\sqrt{1+4x}+1}$ pour tout $x\in\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right[$
4.
   a. Montrer que $g(-\dfrac{1}{4})$ est un maximum de g sur $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right[$

   b. En déduire que g est bornée sur $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right[$
5.
   a. Montrer que g est décroissante sur $\left[-\dfrac{1}{4};+\infty\right[$

   b. Déterminer $g\left([0,6]\right)$

Lycée Bachir Sfar Amdoun — Prof :Ghomriani Béchir

Le 11/11/2015 — Devoir de contrôle N°1

Durée :2 heures — 3ème Math

Exercice N°3 : $(7\,pts)$

Soit ABC un triangle tel que $AB=6$; $AC=8$ et $C\hat{A}B=\dfrac{\pi}{3}$

1.

a. Vérifier que $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}=24$

b. En déduire que $BC=2\sqrt{13}$

2. Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC)

a. Montrer que $HA=3$ et vérifier que H est le barycentre des points pondérés $(A,5)$ *et* $(C,3)$

b. Montrer que pour tout point M du plan on a :

$5MA^2+3MC^2=8MH^2+120$

3. Déterminer l'ensemble $\xi=\left\{M\in P;5MA^2+3MC^2=336\right\}$

et vérifier que $B\in\xi$

4. Soit les points I le milieu de $[AC]$ et E définie par : $\overrightarrow{BE}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

a. Montrer que $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AB}=-12$ (indication :1.a.)

b. Montrer que $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BE}=39$; $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{AB}=-12$ et $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{BE}=-15$

c. En déduire que les droites (BI) et (AE) sont perpendiculaires.

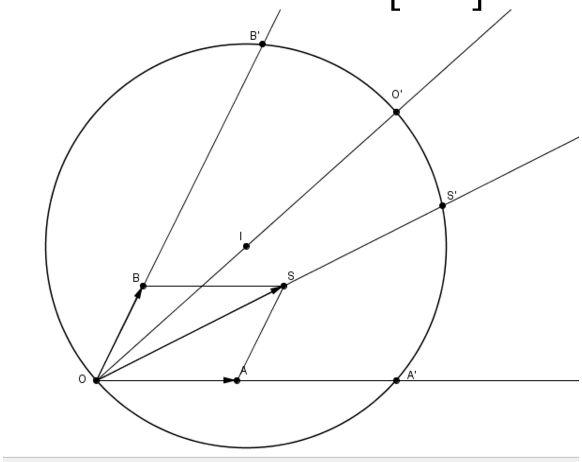
Exercice N°4 : $(3\,pts)$

Soit $OBSA$ un parallélogramme. ξ un cercle de centre I de diamètre $[OO']$.

La droite (OB) recoupe le cercle ξ en B'.

La droite (OS) recoupe le cercle ξ en S'.

La droite (OA) recoupe le cercle ξ en A'.



1.

a. Montrer que $\overrightarrow{OS}.\overrightarrow{OS'}=\overrightarrow{OS}.\overrightarrow{OO'}$

b. Montrer que $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OB'}=\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OO'}$

2. En déduire que $\overrightarrow{OS}.\overrightarrow{OS'}=\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA'}$

Lycée Bachir Sfar Amdoun

Prof :Ghomriani Béchir

Le 11/11/2015

Devoir de contrôle N°1

Durée :2 heures

3ème Math