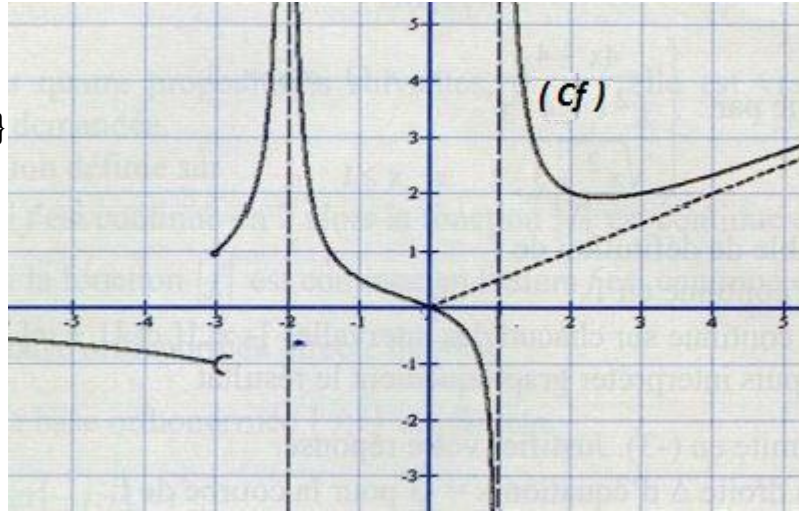


EXERCICE N : 1 (9 points)

La courbe (Cf) ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.
L'axe des abscisses est une asymptote horizontale pour (Cf) au voisinage de $-\infty$.



I) Par lecture graphique, déterminer :

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \frac{x}{2}]$; $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$;

$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$; $f(-2; 1[)$ et $f(-\infty ; -2[)$.

2) Déterminer le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$.

3) Déterminer les réels m , pour que l'équation : $f(x) = m$ admet une unique solution.

II) On donne la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x \in]-\infty ; -3[\cup [2 ; +\infty[\\ x(aE(x) + b) & \text{si } x \in [-3 ; 2[\end{cases}$$

où a et b sont deux paramètres réels et E est la fonction partie entière.

Déterminer les valeurs de a et b pour que g soit continue en -3 et 2 .

III) Soit h la fonction définie par : $h(x) = \frac{1}{f(x)}$.

1) a) Déterminer D_h le domaine de définition de h .

b) Déterminer D_c le domaine de continuité de h .

2) a) Prouver que h est prolongeable par continuité en 1 .

b) h est elle prolongeable par continuité en (-3) ? justifier la réponse.

3) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$. Interpréter géométriquement les résultats obtenus.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$. Interpréter géométriquement le résultat obtenu.

4) a) Montrer que h est strictement croissante sur $] -2 ; 0 [$ puis déduire $h(-2 ; 0 [)$.

b) Montrer que l'équation : $h(x) = 2$ admet une unique solution α dans $] -2 ; 0 [$.

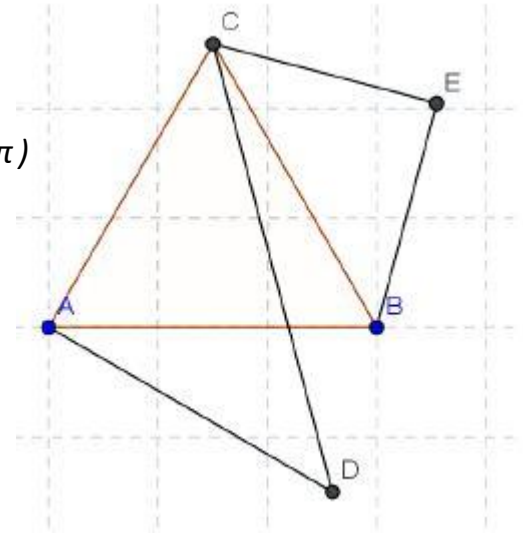


EXERCICE N : 2 (3 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct .

On considère le triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} (2\pi)$

et ADC et ECB deux triangles **directs** rectangles et isocèles respectivement en A et E . (Voir figure)



1) Déterminer les mesures principales des angles orientés

$$(\overrightarrow{BE}; \overrightarrow{BA}) , (\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB}) \text{ et } (\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{EC}) .$$

2) a) Montrer que : $(\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BD}) \equiv \frac{5\pi}{12} (2\pi)$.

b) Dédurre que les points E , B et D sont alignés .

EXERCICE N : 3 (8 points)

Le plan P est rapporté au repère orthonormé $\mathbf{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points $A(-1, 4)$, $B(-3, -2)$ et $C(\frac{1}{2}, 1)$.

I) 1) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis déduire la valeur de \widehat{BAC} en radian .

2) Soit $\Delta = \{ M(x, y) \in P \text{ tels que : } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \}$.

a) Vérifier que B est un point de Δ .

b) Prouver que l'orthocentre H du triangle ABC est un point de Δ .

c) Montrer que Δ est une droite dont une équation cartésienne dans \mathbf{R} est : $x - 2y - 1 = 0$.

d) Que représente Δ pour le triangle ABC ?

3) Soit $\Gamma = \{ M(x, y) \in P \text{ tels que : } \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB} = -2 \}$.

a) Montrer que Γ est le cercle de centre A et de rayon $2\sqrt{5}$.

b) Montrer que Γ et Δ sont tangents .

II) On désigne par G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$ et $(B, -3)$.

1) Montrer que pour tout $M \in P$ on a : $2MA^2 - 3MB^2 = 240 - MG^2$.

2) Discuter, suivant les valeurs de k , la nature de $(\mathcal{C}_k) = \{ M \in P \text{ tels que : } 2MA^2 - 3MB^2 = 20k \}$.

3) Montrer que (\mathcal{C}_k) est un cercle **tangent extérieurement** à Γ si et seulement si $k = 6\sqrt{2} - 7$.