Mathématiques	Devoir de contrôle N°1	
Lycée Takelsa		
Classe :3 ème Math Date : le 19/11/2015	Durée : 2 h	Prof : Ziadi Mourad

Exercice N :1 (03pts)

Répondre par « Vrai » ou « Faux » , en justifiant la réponse .

1) Soit ABC un triangle tel que AB = AC = 2 et BC = 3 , alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{2}$.

2) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x - E(x)}$, avec $E(x)$ est la fonction partie entière ,

   alors le domaine de définition de f est $[0, +\infty[$.

3) Soient E et F deux points distincts du plan. L'ensemble des points M tels que $ME^2 = \overrightarrow{ME}.\overrightarrow{FE}$ est le cercle de diamètre [EF] .

Exercice N :2 (06pts)

I) Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{4+2x^2}-2}{x}$

1) a) Déterminer l'ensemble de définition de f .

   b) Etudier la continuité de f sur son ensemble de définition.

2) Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement h .

3) a) Montrer que f est une fonction impaire.

   b) Montrer que f est majorée sur $]0,+\infty[$ par $\sqrt{2}$ .En déduire que f minorée sur $]-\infty,0[$ par $-\sqrt{2}$

II) Soit la fonction g définie sur IR par : $\begin{cases} g(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+4}+2} & \text{si } x \leq 0 \\ g(x) = x^4 - 2x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

1) Etudier la continuité de g sur IR .

2) a) Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $x^4 - 2x^2 = (x^2-1)^2 - 1$

   b) En déduire que g est strictement croissante sur $[1;+\infty[$.

3) a) Montrer que l'équation $g(x) = 4$ admet une solution unique $\alpha \in]1,2[$.

   b) Vérifier que $g(-\alpha) = \dfrac{2-\alpha^2}{\alpha}$.

Exercice N :3(06pts)

Soit ABC un triangle équilatéral de côté 4 .Soit D le barycentre des points pondérés (A,1) ,(B, -1) et (C, 1).

1) Montrer que ABCD est un losange. On notera O son centre .
2) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}$
3) Soit E l'ensemble des points M tels que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = 0$.
   a) Montrer que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = MD^2 + 2DA^2 - DB^2$.
   b) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de E .
4) Soit F l'ensemble des points M tels que $MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 32$.
   a) Vérifier que le point B appartient à F .
   b) Montrer que : $MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 2\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}) - AB^2$
   c) Montrer que M est un point de F si et seulement si $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BD} = 24$.
   d) Déterminer alors l'ensemble F.

Exercice N :4 (05pts)

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv -\frac{59\pi}{6}\,[2\pi]$; E et F sont les points tels que :

$$\begin{cases} AB = AE \\ (\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}}) \equiv -\frac{\pi}{2}\,[2\pi] \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} AC = AF \\ (\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AF}}) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi] \end{cases}$$

1) Montrer que la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}})$ est $\frac{\pi}{6}$.
2) Faire une figure.
3) Montrer que les triangles ACE et ABF sont isométriques .
4) a) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{BF}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CA}}) + (\widehat{\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{BF}}) + \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$.
   b)En déduire que (CE) et (BF) sont perpendiculaires.

5) Calculer la mesure principale de chacun des angles orientés suivants : $(\widehat{\overrightarrow{FC}, \overrightarrow{AE}})$ et $(\widehat{2\overrightarrow{FA}, -3\overrightarrow{AB}})$.

BON TRAVAIL