Mathématiques 3Maths	Devoir de Contrôle n°1 Durée : 120mn	Pilote Sfax

Exercice 1 : (6points)

I.) 1°) Soient A et B deux points distincts. L'ensemble de points M tels que $MA^2 = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BA}$ est

a) Le cercle de centre A et de rayon BA.

b) La droite (AB).

c) Le cercle de diamètre [AB]

2°) Soit f la fonction définie par : f(x) = $\frac{x^2}{|x-1|-|x+1|}$

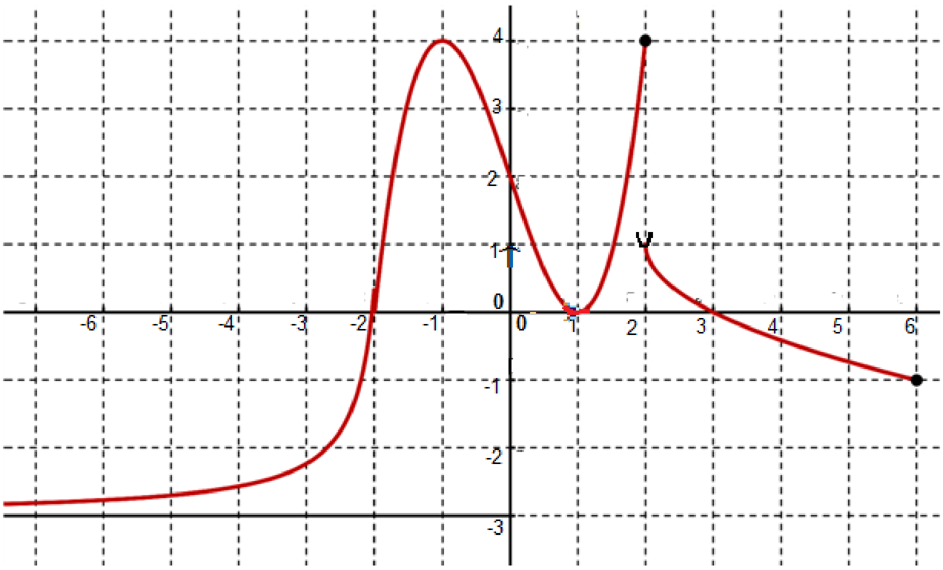
i.) L'ensemble de définition de f est :

(a) $\mathbb{R}^*$ (b) $\mathbb{R} \setminus \{-1{,}0{,}1\}$ (c) [-1 ;1]\{0}

ii.) La fonction f est :

(a) paire (b) impaire (c) sans parité

II.) On considère dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. , ci-dessous, la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-\infty;6]$.



1°) Déterminer le domaine de continuité de f.

2°) Déterminer $f(]-\infty;2])$.

3°) **a.** Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'inéquation : f(x) ≥ 0.

b. En déduire l'ensemble de définition de la fonction g définie par : g(x) = $\frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

c. Montrer que pour tout $x \in]2{,}3[$, $\frac{g(x)-1}{f(x)-1} = \frac{-g(x)}{\sqrt{f(x)}+1}$

d. En déduire $\lim\limits_{x\to 2^+} \frac{g(x)-1}{f(x)-1}$

Exercice 2 : (7points)

1°) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x|x-1|}$

a. Déterminer l'ensemble de définition de g.

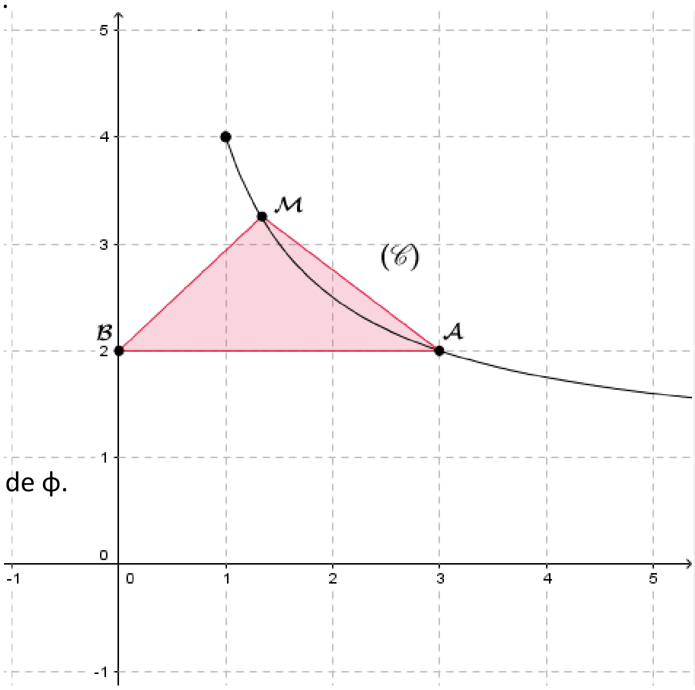
b. Calculer $\lim_{x\to 1^-} g(x)$ et $\lim_{x\to 1^+} g(x)$.

c. g est-elle prolongeable par continuité en 1 ?

2°) Soit f la fonction définie sur [-3, + ∞[par : $\begin{cases} f(x) = g(x) & \text{si } x \in]1,+\infty[\\ f(x) = \frac{x-1}{-2+\sqrt{x+3}} & \text{si } x \in [-3,1[\\ f(1) = 4 & \end{cases}$

a. Montrer que f est continue en 1.

b. Etudier la continuité de f sur son domaine de définition.



3°) Le plan est rapporté à un repère orthonormé$(O;\vec{i},\vec{j})$.

On donne les points A(3,2) et B(0,2).

La courbe (C_f) ci-contre représente la restriction de f à l'intervalle [1,+∞[.

Soit ϕ l'application qui à tout réel $x \geq 1$,associe l'aire du triangle MAB où M est le point de (C_f) d'abscisse x.

a. Par lecture graphique déterminer le sens de variation de ϕ.

b. Justifier que $\phi(x) = \frac{3}{2}|f(x) - 2|$.

c. En utilisant le théorème des valeurs intermédiaires,

Montrer qu'il existe au moins un point M de (C_f) d'abscisse $x_0 \in [1,2]$ tel que l'aire du triangle MAB soit égale à 1.

Exercice 3 : (7points)

Soit ABC un triangle équilatéral de coté 4.Soit D le barycentre des points pondérés (A,1) , (B,-1) et (C,1).

1°) Montrer que ABCD est un losange. On notera O son centre.

2°) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}$.

3°) Soit E l'ensemble des points M tel que $MA^2 - MB^2 + MC^2 = 0$.

a. Montrer que $\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = \overrightarrow{MD}^2 + 2\overrightarrow{DA}^2 - \overrightarrow{DB}^2$

b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de E.

4°) Soit F l'ensemble des points M tels que $MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 32$.

a. Vérifier que le point f appartient à F.

b. Montrer que $\overrightarrow{MA}^2 - 2\overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 = 2\overrightarrow{MA}.\left(\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}\right) - \overrightarrow{AB}^2$.

c. Montrer que M est un point de F si et seulement si $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{BD} = 24$.

d. Déterminer alors l'ensemble F.