

Exercice n°1 (8points)

Dans la figure donnée sur l'annexe BEC est un triangle rectangle en E tel que $CE = 2$ et $BE = 8$.
Soit O le point du segment [BE] tel que $OE = 2$. On donne A le symétrique de C par rapport à O et I le milieu du segment [AE].

- A) 1) Calculer \overline{BC} et montrer que $\overline{AE} = 2\sqrt{5}$
2) a- Calculer $\overline{CB} \cdot \overline{CE}$ et $\overline{OB} \cdot \overline{OC}$
b- Montrer que : $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 28$, en déduire que $AB = 2\sqrt{5}$
- B) Soit $\varphi = \{ M \in P \text{ tel que } MA^2 + MC^2 = 32 \}$
1) Vérifier que $A \in \varphi$
2) Montrer que pour tout point M du plan $MA^2 + MC^2 = 2MO^2 + 16$
3) Déterminer alors et construire l'ensemble φ
4) La droite (BC) recoupe φ en un point D ($D \neq C$), calculer la distance BD
- C) Soit $\Delta = \{ M \in P \text{ tel que } MA^2 - ME^2 = -20 \}$
1) Montrer que pour tout point M du plan $MA^2 - ME^2 = 2 \overline{AM} \cdot \overline{AE} - AE^2$
2) Déterminer et construire Δ
3) Δ recoupe φ en un point K calculer $\overline{KE} \cdot \overline{KC}$

Exercice n°2 (5points):

Soient f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} vérifiant : $f(-x) + 2f(x) = g(x)$ ou ' g est une fonction paire

- 1) Montrer que f est paire, en déduire que $f(x) = \frac{1}{3}g(x)$
- 2) Sachant que pour tout $x \in [0, +\infty[$, $f(x) = 3x + E(x) + 1$
a- Calculer $f(-1)$
b- Déterminer l'expression de $f(x)$ pour $x \in]-\infty, 0[$
- 3) a- Étudier le sens de variation de f sur $[0, +\infty[$
b- Déduire le sens de variation de f sur $] -\infty, 0[$

Exercice n°3 (7points):

- 1) Montrer que la fonction $u: x \mapsto x^3$ est croissante sur chacun des intervalles $] -\infty, 0[$ et $[0, +\infty [$. en déduire qu'elle est croissante sur \mathbb{R}
- 2) Soit $f: x \mapsto x^3 + x - 1$
a- Étudier le sens de variation de f sur \mathbb{R}
b- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution a dans l'intervalle $]0, 1[$,
c- Montrer que $a = \sqrt{\frac{1-a}{a}}$
- 3) Soit $g: x \mapsto \frac{-5x+1}{2x^2+x+1}$
a- Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g
b- Montrer que g est minorée par -1 et majorée par 4
c- (-1) est-il minimum de g ?, 4 est-il maximum de g
- 4) Soit $h: x \mapsto \begin{cases} f(x) & \text{si } x < -1 \\ 3x + E(x+1) & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ g(x) & \text{si } 0 \leq x \end{cases}$
a- expliciter $h(x)$ pour $x \in [-1, 0[$ puis compléter la courbe représentative de la fonction h sur l'annexe donnée
b- Étudier graphiquement la continuité de la fonction h en 0
c) Déterminer $h([-1, 1])$

Bonne Chance

Annexe à rendre

