

**Exercice N°1 : 09 pts**

Soit ABC un triangle équilatéral direct de coté  $\alpha > 0$ . Soit D le point défini par :  $2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ .

1°) Montrer que :  $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ .

2°) a) Déterminer  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  en fonction de  $\alpha$

b) Montrer que ( AB ) parallèle à ( DC ) et que  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ . construire alors le point D.

3°) Calculer les distances CD ; BD ; et AD en fonction de  $\alpha$ .

4°) Soit  $f(M) = 2AM^2 - 2BM^2 - MC^2$ .

a) Vérifier que  $f(C) = 0$

b) Montrer que  $f(M) = 4\alpha^2 - MD^2$ .

c) Déterminer puis construire l'ensemble F des points M qui vérifie  $f(M) = 0$ .

5°) Déterminer puis construire l'ensemble  $G = \{ M \in \mathcal{P} \text{ tel que } 2\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{DB} = 0 \}$ .

6°) Soit I le point d'intersection de F et G autre que C. Montrer que le triangle CDI est équilatéral.

**Exercice N°2 : 07 pts**

1°) Montrer que la fonction g définie sur IR par :  $g(x) = x^3$  est croissante sur IR.

2°) Soit la fonction f définie sur IR par :  $f(x) = x^3 + x - 1$ .

a) Etudier le sens de variation de f sur IR.

b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet un unique solution  $\alpha$  dans l'intervalle ]0 ; 1[.

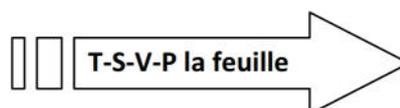
c) Montrer que  $\alpha = \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$ .

3°) Soit la fonction h définie par :  $h(x) = \frac{-5x+1}{2x^2+x+1}$ .

a) Déterminer le domaine de continuité de h

b) Montrer que h est minorée par (-1) et majorée par 4.

c) (-1) est-il un minimum de h ? 4 est-il un maximum de h ? justifier votre réponse.



**Exercice N°3 :04 pts**

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ .

1°) Etudier la parité de  $f$  sur son domaine de définition.

2°) soit  $a$  et  $b$  deux réels positifs tels que  $a < b$

- a) Montrer que  $f(b) - f(a)$  a le même signe que  $1 - ab$
- b) En déduire le sens de variation de  $f$  sur  $[0 ; 1]$  et  $[1 ; +\infty[$ .
- c) Déterminer la valeur maximale de  $f$  sur  $[0 ; +\infty[$
- d) En déduire la valeur minimale de  $f$  sur  $]-\infty ; 0]$ .

**BON TRAVAIL**