

## DEVOIR DE CONTROLE N°03

**Exercice N°01** (2 pts)

Soit  $\Omega$  l'univers des possibles d'une expérience .

Compléter le tableau suivant:

Langage ensembliste	Langage probabiliste
$A$ : une partie de $\Omega$	$A$ .....
$A = \Omega$	$A$ .....
$A$ .....	$A$ est l'évènement impossible
$\{e\}$ est un singleton , $\{e\} \subset \Omega$	$\{e\}$ .....
$A \cup B$ .....	$A \cup B$ est l'évènement « $A$ ou $B$ »
$A \cap B$ .....	$A \cap B$ est l'évènement « $A$ et $B$ »
$\bar{A} = C_{\Omega}^A$ est le complémentaire de $A$ dans $\Omega$	$\bar{A}$ .....
Si $A \cap B = \emptyset$ $A$ et $B$ .....	$A$ et $B$ sont deux évènements incompatibles

**Exercice N°02** (7 pts)

Une urne contient 6 boules : 3 numérotées 1 , 2 numérotées 2 et une numérotées 3. On tire une première boule au hasard puis sans remettre cette boule on tire une seconde boule au hasard . Le résultat d'un tel tirage est le couple  $(a, b)$  où  $a$  et  $b$  sont les - nombres inscrits sur la première et la seconde boule .

1/ Calculer la probabilité de chaque résultat possible .

2/ Calculer la probabilité des évènements suivants :

a)  $A$  : « les deux numéros tirés sont égaux ( $a = b$ ) ».

b)  $B$  : « le premier nombre tiré est strictement supérieur au second ( $a > b$ ) » .

c)  $C$  : « le premier nombre tiré est inférieur au second ( $a \leq b$ ) » .



3/ On note  $X$  la valeur absolue de la différence de deux nombres tirés ( $X = |a - b|$ ).

a) Quel est l'ensemble  $E$  des valeurs possibles de  $X$  ?

b) Pour tout élément  $i$  de  $E$ , calculer la probabilité de l'évènement ( $X = i$ ).

### Exercice n° 03 ⊗ (6 pts)

Soit la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie par 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + \frac{1}{U_n} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

1/ Montrer que  $U_n \geq 1$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$

2/ Montrer que  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante.

3/ a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $2 \leq U_{n+1}^2 - U_n^2 \leq 2 + U_{n+1} - U_n$

b) En déduire que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $2n \leq U_n^2 - 1 \leq 2n + U_n - 1$  et

que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$ .

### Exercice N°04 ⊗ (5 pts)

On se propose de résoudre l'équation  $(E) : 3x^2 - 7y^2 = 4$  dont les inconnues  $x$  et  $y$  sont deux entiers naturels.

1/ On suppose que  $(x, y)$  vérifie  $3x^2 - 7y^2 = 4$ .

Montrer que  $y^2 \equiv 2[3]$

2/a) Montrer que  $\forall a \in \mathbb{N}$ , on a :  $a^2 \equiv 0[3]$  ou  $a^2 \equiv 1[3]$

b) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation  $(E)$ .

*Bon Travail .....✍*

