Lycée Sokrine Téboulba
Année scolaire : 2008-2009
Prof.P : Mme Hassine F

DEVOIR DE CONTRÔLE N°3 MATHÉMATIQUES

Classe : 3ème Maths — Durée : 2 heures

27- 4 - 2009

Exercice N° 1 *(6 points)*

n désigne un entier naturel.

I/ 1°) Montrer par récurrence que $2^{3n}-1$ est divisible par 7

2°) Déduire le reste de la division euclidienne de $2^{3n}+5$ par 7

II/1°) a- Montrer que $(n-1) \wedge (n+3) = (n+3) \wedge 4$ pour tout $n > 1$.

b- Quelles valeurs peuvent prendre le pgcd de $(n-1)$ et $(n+3)$?

2°) Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que $(n-1)$ divise $(n+3)$.

3°) a-Développer (n-1)(n+3)

b- Montrer que pour tout $n > 1$, les entiers $(n-1)$ et n^2+2n-2 sont premiers entre eux.

4°) Déterminer l'ensemble des entiers n tels que $(n-1)(2n+1)$ divise $(n+3)(n^2+2n-2)$.

Exercice N° 2 *(7 points)*

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sin^2x\cos(2x)$.

on note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(o;\vec{i};\vec{j})$

1°) a-Montrer que f est périodique de période π

b-Montrer que l'on peut étudier f sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$

2°) Montrer que $f'(x)= \sin 2x\,(2\cos 2x-1)$

3°) Dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$

4°) Tracer la partie de $\mathcal{C}$ dans $[-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$

5°) Etudier la limite suivante : $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2}$

Exercice N° 3 *(7 points)*

On donne ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x}{2+x^2}$ et la tangente T à $\mathcal{C}$ en O d'équation : y = x

1°) Soit la suite V définie sur $\mathbb{N}^*$ par $V_n=\dfrac{n}{2+n^2}$

a- Pour n<5; représenter les points $A_n(n\,;V_n)$

b- Etudier les variations de V

c- la suite V est elle convergente

2°) On considère la suite U définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

a- Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \le u_n \le 1$

b- Etudier les variations de U

c- Montrer que $u_{n+1} \le \dfrac{1}{2}u_n$

d- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

e- Déterminer la limite de la suite U

$\mathcal{C}$

T