L. S Thelepte	*Devoir de synthèse n°3*	Niveau : 3ème math
An .S: 2008 - 2009	Epreuve : Mathématique Durée : 3 heures	Prof : Elhafsi

Exercice 1: (4pts)

Donner la réponse exacte.

1) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$ = : a) 0 ; b) $\frac{1}{2}$; c) 2
2) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)}{x}$ = : a) 0 ; b) 1 ; c) $+\infty$
3) L'approximation affine de $\sin x$ lorsque x est voisin de zéro est :
   a) 1 ; b) x ; c) 1+ x
4) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $2\sin(2x-\frac{\pi}{2})$
   a) F est périodique de periode π ; b) f est paire ;
   c) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x ϵ $\mathbb{R}$; f '(x) = $4\cos(x-\frac{\pi}{2})$

Exercice 2: (2 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $(1+x)^n$; n$\geq$ 2.

1) Utiliser la formule de binome de Newton pour donner une autre expression de f(x).
2) **a)** Calculer de deux manières différentes f '(x).
   b) En déduire le calcul de $S_n = C_n^1 + 2C_n^2 + \cdots + nC_n^n$
   c) En déduire la limite de la suite (S_n).

Exercice 3 : (4pts)

On considère la suite (U_n) $définie$ pour tout n≥ 1 par $U_n = \frac{n!}{n^n}$.

1) **a)** Montrer par récurrence que
   pour tout a≥ 0 et pour tout n $\in \mathbb{N}$; $(1+a)^n \geq 1+na$.
   b) On déduire que $\frac{U_n}{U_{n+1}} \geq 2$ pour tout n≥ 1 et que (U_n) est décroissante.
2) **a)** Montrer que pour tout n $\geq 1; 0 < U_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$
   b) En déduire la limite de (U_n).

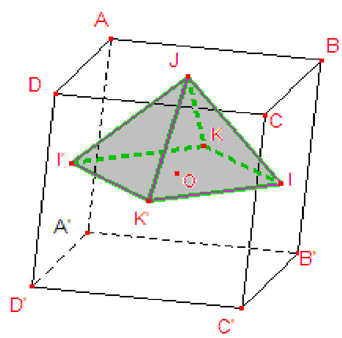
Exercice 4: **(5 pts)**

Une Urne contient quatre jetons blancs qui portent les numéros : 0, 0, 1, 1 et trois jetons noirs qui portent les numéros 0, -1,-1.

1) *On tire au hasard un jeton de l'urne. Donner la probabilité des évènements suivants :*
   A_1 *: «Obtenir un jeton blanc » ;* A_2 *: «Obtenir un jeton noir »*
   A_3 *: «Obtenir un jeton numéro 0 » ;* A_4 *: «Obtenir un jeton numéro 1 »*
   A_5*: «Obtenir un jeton numéro -1 »*
2) *On tire successivement et avec remise deux jetons de l'urne. Calculer la probabilité des évènements suivants :*
   a) *A: « Avoir deux jetons de couleurs différents»*
   b) *B: « Avoir deux jetons qui portent le meme numéro»*
   c) $C = A \cap B$
   d) $D = A \cup B$
3) *On tire successivement et sans remise deux jetons de l'urne . Calculer la probabilité des évènements suivants :*
   a) *A: « Avoir la somme des numéro est nul »*
   b) *B : « Avoir le premier jeton blanc et le deuxième porte le numéro 1 »*
   c) *C : « Avoir au moin un jeton blanc qui porte le numéro 0 ».*

Exercice 5 : **(5pts)**

Dans la figure ci-contre ABCDA'B'C'D' est un cube de centre O et D'arete 1 . Les points I ,J,K,I' et K' sont les milieux respectifs des segments [BC'], [AC] ,[AB'] ,[AD'] et [DC'].



On munit l'espace du repère $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'})$.

1°/ *Déterminer les cordonnées des points O , I , J , K , I' et K' .*

2°/ a) *Montrer que* $\overrightarrow{OJ}$ *est normale au plan (OIK).*

b) *Montrer que O est le milieu des segments [K K'] et* $[I\,I']$.

c) *Calculer* $\overrightarrow{IK}.\overrightarrow{IK'}$ *et en déduire que IKI'K' est un carré.*

3°/ *Calculer le volume du tetraèdre JIKI'K'.*

Bon Travail