Lycée Ali Bourguiba Bembla Monastir	**DEVOIR DE CONTRÔLE N° : 03**	*$3^{ème}$ Math1* *06-05-2010* *2heures* *Prof : Mr. Yacoubi*

Exercice 1(4points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie

Aucune justification n'est demandée.

1) Soit n un entier naturel non nul , alors on a

a) $(n^2+n) \wedge n^2=n^3$ b) $(n^2+n) \wedge n^2=n^2$ c) $(n^2+n) \wedge n^2=n$

2) Si $d =(3n+1) \wedge (2n+5)$ alors on a nécessairement:

a) d=1 b)d=13 c)d=1 ou d=13

3) L'entier 23 divise

a)$2011^{22}+1$ b) $2011^{22}+23$ c)$2011^{22}-1$

4) Soit U la suite définie sur IN par : $U_0 = -\dfrac{1}{4}$ et $U_{n+1} = \dfrac{1}{3}U_n$ alors :

a) $\lim\limits_{n\text{®}+\text{¥}} U_n = -\text{¥}$ b) $\lim\limits_{n\text{®}+\text{¥}} U_n = 0$ c) $\lim\limits_{n\text{®}+\text{¥}} U_n = +\text{¥}$

Exercice n°2 (6points):

1) Calculer $(4^5-1) \wedge (4^6-1)$

2) Soit la suite réelle (U_n) définie sur IN par : $U_0=0$; $U_1=1$ et $U_{n+2}=5U_{n+1}-4U_n$ pour tout $n\in$ IN.

a)Calculer U_2 ,U_3 et U_4

b) Montrer par récurrence que pour tout $n\in$ IN ,$U_{n+1} =4U_n+1$
c)Monter que pour tout $n\in$ IN ,U_n est un entier naturel .
d) En déduire que U_{n+1} et U_n sont premier entre eux.

3) Soit la suite (V_n) définie sur IN par : $V_n = U_n + \dfrac{1}{3}$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 4.

b) Calculer (V_n) en fonction de n ,puis déduire que $U_n = \dfrac{1}{3}\left(4^n - 1\right)$ pour tout $n\in$ IN.

c)Déduire que ,pour tout $n\in$ IN*, $(4^{n+1}-1) \wedge (4^n-1) =3$

Exercice 3(5points):

Dans le plan orienté, on considère un carré ABCD tel que $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$

et on considère le point E tel que B=A* E

1) Montrer qu'il existe une seule rotation telle que R(D)=B et R(A)=E.

2) Préciser le centre de R et une mesure de son angle.

3) Soit H le projeté orthogonal de A sur (ED) et F le projeté orthogonal de B sur (ED)

a) Déterminer les images respectives des droites (ED) et (AH) par la rotation R.

b) Déterminer alors R(H) puis comparer AH et EF.

Exercice 4(5points):

Soit $f(x) = \dfrac{\cos(2x)}{1-\cos(2x)}$

1) Déterminer D_f le domaine de définition de la fonction f .

2)a)Déterminer la période de f

b) Etudier la parité de f

c)En déduire que l'on peut étudier f sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right]$

2) a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{-2\sin(2x)}{\left(1-\cos(2x)\right)^2}$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k\in\mathbb{Z}\}$

b) Dresser le tableau de variation de f sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right]$

c)Tracer dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ la courbe φ_0 de f sur $\left]0,\frac{\pi}{2}\right]$ puis en déduire la construction de φ_f sur $[-\pi; 3\pi[\ \setminus \{0,2\pi\}$