Mathématiques *Lycée Ali Bourguiba Bembla*		**Devoir de Contrôle N°03**

Mr:Yacoubi Hamda	*3 ème Math*	*Samedi 30-04-2011*	*2 Heures*

Exercice 1(4 Points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse proposée est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie Aucune justification n'est demandée.

1) L'écriture trigonométrique de $z = 1 - i\sqrt{3}$ est .

a) $-2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ b) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ c) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

2) Soit A(i) et B(2i)L'ensemble des points M(z) tel que $|z - i| = |\overline{z} + 2i|$ est:

a)Le cercle de diamètre [AB] b) La droite (AB) c)la médiatrice de [AB]

3) La fonction $f : x \longmapsto \frac{2x-3}{x-3}$ a pour :

a)axe de symétrie $\Delta : x = 3$ b) centre de symétrie I(3 ;−2) c) J centre de symétrie (3 ;2)

4)on a : $\lim_{x\to 0} \frac{-1 + cosx}{2x^2}$ est égale:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{4}$

Exercice 2(3 Points)

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation et le suivant :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

On désigne par φ la courbe de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$

On admet que φ passe par le point A (1 ; 0) et admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction $(O; \vec{j})$

1)Determiner $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis donner l'allure de f

2) On pose $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

a)Déterminer le domaine de définition de g

b) Calculer pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$, $g'(x)$ en fonction de $f(x.)$

c)Dresser le tableau de variation de g

Exercice 3(4 Points)

Le plan complexe P est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives 1 et $-i$, à tout point M d'affixe $z \neq i$, on associe le point M'(z') tel que $z' = \dfrac{1-z}{1-iz}$

1) Déterminer l'ensemble des points M tel que z' soit réel .

2) Déterminer et construire l'ensemble des points M tel que $|z'| = 1$.

3)a) Vérifier que por $z \neq \mathrm{i}$, on a : $z' + i = \dfrac{-1+i}{z+i}$.

b) En déduire que $BM \times BM' = \sqrt{2}$.

c)Déduire que si M décrit le cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$ alors M' décrit un cercle que l'on précisera.

Exercice 4(5 Points)

Dans le plan orienté, on considère un triangle rectangle isocèle ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On pose I le milieu de [BC] ,Δ la perpendiculaire à (BC) passant par C et qui coupe (AB) en F, et R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1)a)Déterminer R(B).

b) Déterminer les images des droites (BC) et (AC) par la rotation R. en déduire que R(C)=F.

c)Caractériser $R \circ R$ puis déduire que A est le milieu de [BF].

2)a)Déterminer et construire le point J =R(I).

b)Soit φ le cercle circonscrit au triangle ABC déterminer et construire φ'=R(φ).

3)a)Déterminer et construire l'ensemble $E = \left\{ M \in \wp \text{ tel que } (\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi] \right\}$.

b)On pose M'=R(M) ,déduire l'ensemble des ponts M' l'orque M décrit E.

c)Montrer que $(BM) \perp (CM')$ et que BM=CM'.

Exercice 5(4 Points)

Soit $f(x) = \dfrac{\cos(2x)}{\sin(x)}$

1) Déterminer le domaine de définition de f.

2)a)Justifier que f est périodique de période 2π.

b)Etudier la parité de f, en déduire que l'on peut étudier f sur $]0;\pi[$.

3)a) Montrer que $f'(x) = -\dfrac{(1+2\sin^2(x))\cos(x)}{\sin^2(x)}$ pour tout $x \in]0;\pi[$.

b)Dresser le tableau de variation de f sur $]0;\pi[$ puis Construire la courbe de f sur $]-\pi;2\pi[\setminus \{0;\pi\}$.