

EXERCICE 1. (4,5)

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher : deux rouges portant le numéro 1 ; deux vertes portant le numéro 2 et une boule blanche portant le numéro 3.

- 1) On tire simultanément trois boules de l'urne. Déterminer le nombre de tirages :
 - a) Donnant trois boules de trois couleurs .
 - b) Donnant la boule blanche parmi les 3 boules tirées.
 - c) Une somme de numéros égale à 4.
 - d) Une somme de numéros égale à 5.
 - e) Une somme de numéros égale à 7 .
- 2) On tire maintenant les trois boules l'une après l'autre et en remettant à chaque fois la boule tirée. Déterminer le nombre de tirages contenant au moins une boule verte parmi les trois boules tirées.

Exercice N°2

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\cos(x)}{\cos(2x)}$ et on note ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

- 1) Déterminer ID_f et étudier la parité de f
- 2) Montrer que le point $A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ est un centre de symétrie de ζ
- 3) Montrer que f est périodique de période 2π
- 4) En déduire que les points $A_k\left(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0\right)$ avec $k \in \mathbb{Z}$ sont des centres de symétrie de ζ
- 5) Montrer que f est dérivable sur son ensemble de définition et que

$$f'(x) = \frac{\sin x(1 + 2\cos^2 x)}{\cos^2(2x)}$$

Exercice n : 3

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle définie par
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}(U_n)^2 + 1} ; \text{ Pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $U_n \in [0, \sqrt{2}]$
- 2) Soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par $V_n = U_n^2 - 2$

$$\text{Rq (} 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6 \text{)}$$