

Lycée secondaire Ali B.Bembla	<i>Devoir de contrôle n° 3</i> Mathématiques	Classe : 3 ^{ème} Maths
Date 14 / 05 / 2012	<i>Prof : Mosrati chawki</i>	Durée : 2 heures

EXERCICE : 1

1/ Soit dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ l'équation (E) : $4x - 5y = 3$.

a- Vérifier que (12 ,9) est une solution de(E).

b- Résoudre l'équation(E).

2/ Soit A un entier naturel qui divisé par 5 donne pour reste 4 et divisé par 4 donne pour reste 1. Quel est le reste de la division euclidienne de A par 20.

3/ Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on pose : $a = 5n + 3$, $b = 3n + 1$ et $d = a \wedge b$.

a- Montrer que $d = 1$ ou $d = 2$ ou $d = 4$.

b- Montrer que $d = 4$ si et seulement si $4m - 5n = 3$, $m \in \mathbb{N}$.

c- En déduire une condition sur n pour que $a \wedge b = 4$.

EXERCICE : 2

On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{5}{2} \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 6}{U_n + 2} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

1/ Montrer que pour tout n dans \mathbb{N} , $2 < U_n < 3$.

2/a- Déterminer les variations de (U_n) .

b- déduire que (U_n) est convergente.

3/On considère la suite (V_n) définie sur \mathbb{N} par $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n - 2}$.

a) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$ et dont on précisera le premier terme.

b) Déterminer la limite de V_n en $+\infty$.

c) Déterminer le terme générale de V_n puis celui de U_n

d) Calculer la limite de U_n en $+\infty$.

e) On considère la suite (W_n) définie par : $W_n = \sum_{k=0}^{k=n} \frac{1}{U_k - 2}$, montrer que

$$W_n = n + 6 - 5 \left(\frac{4}{5} \right)^{n+1}$$

4/a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N} : |U_{n+1} - 3| \geq \frac{4}{5}|U_n - 3|$.

b) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N} : |U_n - 3| \geq \frac{1}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^n$.

c) Dédurre que : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^{k=n} |U_k - 3| \geq \frac{5}{2}$.

EXERCICE : 3

Une urne contient deux boules rouges et n boules noires avec $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$

Toutes les boules sont indiscernables au toucher .

1/ On tire simultanément deux boules de l'urne

a- Déterminer la probabilité des évènements suivantes :

A : « avoir deux boules rouges » ; B : « avoir deux boules de même couleurs » .

b- Déterminer n pour que $p(A) = \frac{1}{15}$.

2/ pour la suite de l'exercice on prend $n = 4$

Les deux boules rouges sont numérotées : 1 ,2 . Les quatre boules Noires sont numérotées : 0 ,1 ,1 ,2 .

On tire successivement et sans remise deux boules de l'urne .

Déterminer les probabilité des évènements suivants :

A : « tirer deux boules de même couleurs » .

B : « tirer deux boules de même parité » .

C : « tirer au moins une boule qui porte le numéro 2 » .

D : « tirer une seule boule noir et une seule qui porte le numéro 1 » .

3/ Un joueur tire successivement et avec remise trois boules de l'urne :

il gagne 10 dinars pour chaque boule qui porte le numéro 1 .

20 dinars pour chaque boule qui porte le numéro 2 .

On perd 5 dinars pour chaque boule qui porte le numéro 0 .

a- Déterminer la probabilité de gagner 40 dinars .

b- Déterminer la probabilité de gagner une somme supérieur où égale à 35 .