

## Devoir de contrôle n°3

Classe : 3<sup>ème</sup> math

Durée : 2 heures

Préparé par : Mme Mestoura Anissa

### Exercice n°1 : ( 4 pts )

La courbe suivante est celle d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ , répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

1) Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

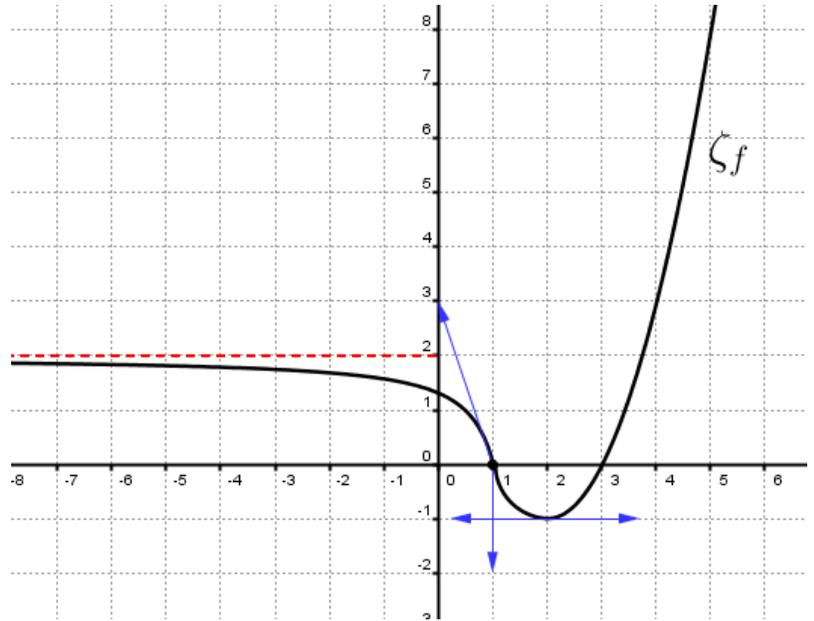
2)  $f'(2)$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$

3) a) Dresser le tableau des variations de  $f$

b) Dresser le tableau de signe de  $f'(x)$

et celui de  $f(x)$

4) Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(x) = (f(x))^2$   
Dresser le tableau des variations de  $g$



### Exercice n°2 : ( 6 pts )

Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{x-1}$  et  $\zeta_g$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) déterminer l'ensemble de définition de  $g$  , et montrer que la droite d'équation  $x = 1$  est une asymptote à  $\zeta_g$

2) a) calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

b) montrer que pour tout  $x \neq 1$  :  $g(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$

c) en déduire que la droite  $\Delta : y = x - 3$  est une asymptote à  $\zeta_g$  au voisinage de  $+\infty$  et  $-\infty$

3) a) montrer que  $g$  est dérivable sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  et que  $g'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$

b) dresser le tableau de variations de  $g$

c) y a-t-il un point de  $\zeta_g$  où la tangente passe par le point de coordonnées  $(3, 0)$  ? justifier

4) a) montrer que le point  $I(1, -2)$  est centre de symétrie pour  $\zeta_g$

b) tracer  $\Delta$  et  $\zeta_g$ .

T.S.V.P ☞



### Exercice n°3 : ( 5 pts )

Dans le plan orienté on considère un triangle équilatéral  $ABC$  tel que  $(\widehat{AB, AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$ , et  $H$  le point symétrique de  $B$  par rapport à  $(AC)$ .

1) Soit  $R$  la rotation d'angle  $\frac{\pi}{3}$  et telle que  $R(A) = C$

a) Montrer que  $H$  est le centre de cette rotation.

b) Construire  $I = R(B)$

c) Montrer que  $(\widehat{CA, CI}) \equiv \pi[2\pi]$ , puis en déduire que  $C$  est le milieu du segment  $[AI]$

2) Soit  $M$  un point du segment  $[AB]$  et  $M'$  un point du segment  $[IC]$  tel que  $AM = CM'$ ; montrer que  $HMM'$  est un triangle équilatéral.

3) Soit  $E$  le centre de la rotation  $R'$  d'angle  $\frac{\pi}{2}$  et telle que  $R'(I) = B$ ; montrer que  $C, H$  et  $E$  sont alignés.

Déduire une construction de  $E$  (expliquer).

### Exercice n°4 : ( 5 pts )

le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ , on désigne par  $A, B$  et  $C$  les points d'affixes respectifs  $Z_A, Z_B$  et  $Z_C$  tels que  $Z_A = 3+2i$ ,  $Z_B = -i$  et  $Z_C = iZ_A + 2Z_B$

1) montrer que  $Z_C = -2+i$

2) calculer les distances  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$  et déduire que le triangle  $ABC$  est rectangle.

3) déterminer l'affixe du point  $I$  milieu du segment  $[AC]$ .

4) soit  $D$  le point symétrique de  $B$  par rapport à  $I$  et  $Z_D$  son affixe, déterminer  $Z_D$

5) montrer que  $ABCD$  est un rectangle.

6) déterminer l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $Z$  tels que  $|\bar{Z} + 2 + i| = |Z + i|$ .

**Bon Travail**