

**Exercice N°1 : 07pts**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$  .

1°) a) étudier la continuité de  $f$  en 1 . Interpréter le résultat graphiquement.

b) Déterminer les réels  $a$  ;  $b$  et  $c$  vérifiant :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

c) Montrer que  $(\zeta_f)$  la courbe de  $f$  admet une asymptote oblique à déterminer .

d) Montrer que  $(\zeta_f)$  admet un centre de symétrie  $A$  qu'on précisera .

2°) a) Etudier les variations de  $f$  .

b) Déterminer l'équation de la tangente  $(T)$  à  $(\zeta_f)$  au point d'intersection de  $(\zeta_f)$  avec l'axe des ordonnées .

c) Etudier la position relative de  $(\zeta_f)$  et  $(T)$

d) Construire  $(\zeta_f)$  dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

3°) Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(x) = \frac{x^2+3}{|x-1|}$

a) Sans étudier  $g$  ; tracer sa courbe  $(\zeta_g)$  dans le même repère  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$  .  
Justifier votre réponse.

b) Discuter en utilisant  $(\zeta_f)$  et  $(\zeta_g)$  et suivant les valeurs du paramètre  $m$  le nombre des solutions des deux équations :  $x^2 - m(x-1) + 3 = 0$  et  $x^2 - m|x-1| + 1 = (-2)$  .

**Exercice N°2 : 07 pts**

Le plan Complexe étant rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ .  $A$  ;  $B$  et  $C$  trois points

d'affixe  $z_A = i$  ;  $z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$  et  $z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

1°) a) Donner la forme trigonométrique de  $z_B$  et  $z_C$

b) Placer les points  $A$  ;  $B$  et  $C$

c) Montrer que  $A$  ;  $B$  et  $C$  appartiennent à un même cercle  $\zeta$  que l'on précisera .

d) Montrer que  $OACB$  est un losange

2°) Soit  $z_1 = i z_B$  . on désigne par  $A_1$  l'image de  $z_1$  . et  $A_n$  le point d'affixe  $z_n = (z_1)^n$



- Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ;  $A_n$  appartient au cercle  $\zeta(O ; 1)$
- Déterminer un argument de  $z_n$
- Montrer que  $z_{n+1} - z_n = (z_1)^n \left( \frac{\sqrt{3}}{2} i - \frac{1}{2} \right)$
- Déduire la distance  $A_{n+1}A_n$ .
- Montrer que le triangle  $OA_{n+1}A_n$  est équilatéral .

**Exercice N°3 :06 pts**

Soit ABCD un carré de centre O tel que :  $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$  ;  $E = S_{(AD)}(O)$  ;  $I = S_C(B)$  ;

$$(AE) \cap (BC) = \{J\} \quad \text{et} \quad K = I^*J$$

1)a) Montrer qu'il existe une unique rotation R tel que :  $R(A)=C$  et  $R(E)=O$

b) Montrer que R de centre D et d'angle  $\frac{\pi}{2}$

2)a) Déterminer  $R((AB))$  et  $R((BD))$

b) En déduire que  $R(B)=I$

3) Soit  $R'$  une rotation d'angle  $-\frac{\pi}{2}$  tel que  $R'(J)=E$  et  $R'(E)=I$

a) Déterminer  $R' \circ R(J)$

b) Déduire que K est le centre de  $R'$

4) Soit  $\mathcal{C}$  un cercle circonscrit au triangle IEJ ; M un point du segment [EJ] ; la demi-droite [CM) coupe  $\mathcal{C}$  en F et on a  $R'(F)=L$

a) Montrer que  $L \in \mathcal{C}$

b) Déterminer l'ensemble des points L lorsque M décrit le segment [EJ]

