Lycée Nahj EL Menzeh Beni Khalled

KADDOUR
Abdelhamid

SECTION : 3è MATH

EPREUVE : MATHEMATIQUES DUREE 2 h : coefficient 4

EXERCICE N°1(5points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$)

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$

1) a) Ecrire a et b sous forme trigonométrique

b) Placer les points A et B dans le repère

2) La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par A et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par B se coupent en un point C

a) Déterminer l'affixe c du point C

b) Vérifier que $c^2 = 1 + 2i\sqrt{6}$

3) Soit D le point d'affixe c^2

a) Montrer que OD = 5

b) Construire le point D

EXERCICE N°2(5points)

Le plan est munie d'un repère orthonormé (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$)

Dans la figure de l'annexe ci- jointe

∗(C) est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{2}$

∗ A et D sont les points d'affixes respectives $z_A = -\sqrt{2}\,i$ et $z_D = 2\sqrt{2}\,i$

1) Soit B et C les points d'affixes respectives $z_B = \frac{\sqrt{6}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $z_C = -\frac{\sqrt{6}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$

a) Ecrire z_B et z_C sous forme trigonométrique

b) Placer les points B et C dans le repère

c) Montrer que (BC) et (AD) sont perpendiculaires

d)Montrer que le quadrilatère ABDC est un losange

2) Calculer l'aire de ce losange

EXERCICE N°3(5points)

Soit $a \in]0\ , 2[$: On considère la suite (u_n) définie par

$U_o \in [0 , 2a[$

$$u_n = \frac{(a+2)u_n}{u_n + 2 - a}$$

1) Montrer que pour tout n élément de N , $u_n \in]0 , 2a[$

2) Montrer que la suite (u_n) est croissante

4) Soit (v_n) la suite définie par $v_n = \frac{u_n}{u_n - 2a}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique d'ont on précisera la raison en fonction de a
b) Exprimer v_n *puis* u_n en fonction de n
c) Calculer $\lim_{+\infty} v_n$ *et* $\lim_{+\infty} u_n$

Exercice n°4(5points)

Soit α un nombre réel appartenant à $]0, 1[$

On considère la suite ($\boldsymbol{u_n}$)définie sur IN

par $U_0 = 0$ et pour tout n appartenant à N , $u_{n+1} = \sqrt{1 + \alpha\, u^2{}_n}$

1)a- Montrer que pour tout n de N on a , $u_n < \sqrt{\frac{1}{1-\alpha}}$

b- Montrer que la suite (u_n) est croissante

2) a) Montrer par récurrence que pour tout n de IN on a $U_n = \sqrt{\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha}}$

b) Calculer $\lim_{+\infty} u_n$

3) Soit $S_n = \sum_{k=1}^{n} u^2{}_k$, Calculer S_n puis $\lim_{+\infty} \frac{S_n}{n}$