

Durée de
l'épreuve :
2H

Devoir de contrôle n°3
Classe : 3ST

Prof:
Dhaouadi
Nejib

Exercice n°1

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$.

- 1) Calculer les termes u_1 et u_2 .
- 2) Montrer que la suite (u_n) est ni arithmétique ni géométrique.
- 3) Montrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence que pour tout entier naturel n on a: $u_n > 0$
- 4) On pose $v_n = 1 - \frac{1}{u_n}$.
 - a. Calculer v_{n+1} en fonction de v_n . En déduire que (v_n) est une suite arithmétique.
 - b. Exprimer v_n en fonction de n . En déduire u_n en fonction de n .
 - c. Déterminer alors la limite de la suite (u_n) .

Exercice n°2

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par:
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 2 \end{cases}$$

- 1) Etudier la monotonie de la suite (u_n) .
- 2) Démontrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que pour tout entier naturel n , $u_n > n^2$.
- 3) Montrer que pour tout entier naturel n , $u_n = n^2 + n + 1$

Exercice n°3

1) Donner la forme algébrique de chacun des nombres complexes suivants:

$$a = \frac{1}{5 + 3i} \qquad b = \frac{3 + 2i}{3 - 2i} \qquad c = \frac{1 + 18i}{3 + 4i} + \frac{7 - 26i}{3 - 4i}$$

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z dans chacun des cas suivants:

1) $|z|^2 = 2$

2) $|z - (1 + i)| = 5$

3) $|z - i| = |z + 1|$

Exercice n°4

Soient les deux nombres complexes $u = 1 + i\sqrt{3}$ et $v = 1 - i$.

1) Donner la forme trigonométrique de chacun des nombres complexes u et v .

2) On pose $w = \frac{u}{v}$.

a) Donner les formes algébrique et trigonométrique de w .

b) En déduire le cosinus et le sinus de $\frac{7\pi}{12}$.

3) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On donne les points A et B d'affixes respectives u et v

Déterminer les coordonnées du point C pour que le quadrilatère $OABC$ soit un parallélogramme.