

Devoir de contrôle N^o3

Exercice 1 : (3pts)

Choisir la réponse correcte

- 1) Si $\vec{U} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{V} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{W} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Alors le déterminant de $(\vec{U}, \vec{V}, \vec{W})$ est égale à :
 a/ 8 b/ 9 c/ 10
- 2) La partie réelle du nombre complexe $z=(3+i)^2$ est égale à :
 a/ 2 b/ 3 c/ 8
- 3) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ alors (C_f) admet :
 a/ Δ : $x=0$ asymptote b/ Δ : $y=0$ asymptote c/branche parabolique de direction (oy)
- 4) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ alors (C_f) admet :
 a/ Une branche parabolique de direction (oy) au voisinage de $+\infty$
 b/ Une branche parabolique de direction (oy) au voisinage de $-\infty$
 c/ Une branche parabolique de direction (ox) au voisinage de $+\infty$

Exercice 2 : (8pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

on désigne par (C_f) la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que la droite $(\Delta) : x=1$ est une asymptote verticale à (C_f) .
- 2) Calculer les limites de f au voisinage de l'infini.
- 3) a) Vérifier que $f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-1}$ pour $x \neq 1$
 b) En déduire $(\Delta') : y = x + 3$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de l'infini.
 c) Etudier la position relative de (C_f) et (Δ') .
- 4) Vérifier que $\Omega(1,4)$ est un centre de symétrie de (C_f)
- 5) Etudier les variations de f .
- 6) Tracer (C_f) , (Δ) et (Δ') .
- 7) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x^2 + 2|x| - 2}{|x| - 1}$
 a) Montrer que g est une fonction paire.
 b) En déduire la construction de (C_g) à partir de (C_f) dans le même repère.

Exercice 3 : (4pts)

On donne les nombres complexes $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$.

- 1) Calculer le module et déterminer un argument de z_1 et de z_2 .
- 2) Calculer le module et déterminer un argument de $z_3 = z_1 \cdot z_2$
- 3) Ecrire z_3 sous forme cartésienne.
- 4) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Exercice 4 : (5pts)

Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, On désigne par les points $A(1,2,3)$; $B(-1,3,0)$ et $C(-2,2,5)$

- 1) a/ Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{AC} .
 b/ Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés
- 2) Calculer les coordonnées du point K milieu du [BC].
- 3) Dans la base $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère le vecteur $\vec{U} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
 a/ Calculer $\det(\vec{AB}; \vec{AC}; \vec{U})$
 b/ Justifier alors que $(\vec{AB}; \vec{AC}; \vec{U})$ est une base de W .