| | |
|---|---|
| *Mathématiques* | **Devoir de contrôle n°3** |
| *Lycée Ali Bourguiba Bembla* | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 $^{ème}$ tech$_{1 \text{ et } 2}$ | Mai 2012 | Durée : 120 minutes | *Prof : Chaouch Faouzi* |

## Exercice 1

Soit $Z = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1)a) Ecrire Z sous forme trigonométrique.

b)Déduire la forme trigonométrique de : $Z_1 = Z^3$ ; $Z_2 = (1+i)Z$ et $Z_3 = -iZ^4$

2)a) Calculer $\frac{Z}{Z - Z_1}$

b) Déduire la nature de triangle OAB avec A(Z) et B($Z_1$)

## Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1) Mettre sous forme trigonométrique les complexes $z_1 = 2 + 2i$ et $z_2 = -2i$

2) Soit A($z_1$) et B($z_2$) deux points du plan

a)Déterminer l'affixe du point I = A*B

b) Déterminer l'affixe du point C tel que $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IO}$

c)Montrer que ACB est un triangle rectangle en C

3)a) Déterminer l'ensemble $\Delta$ des points M(z) du plan tel que $|z - 2 - 2i| = |z + 2i|$

b) Vérifier que I est un point de $\Delta$

## Exercice 3

la suite u définie sur IN par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \dfrac{9}{6 - u_n} \end{cases}$

1)a) Calculer : $u_1$ et $u_2$ ; En déduire que la suite u n'est ni arithmétique ni géométrique

b) Montrer que, pour tout n de IN : $u_n < 3$

c) Montrer que u est croissante.

2) Soit la suite v définie sur IN par $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

a) Montrer que v est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de n .En déduire la limite de la suite u

## Exercice 4

Soit la suite U définie sur IN* par: $\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{3} \\ u_{n+1} = \dfrac{n+1}{3n} u_n \text{ ; } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

1) Calculer $U_2$ , ; $U_3$ , et vérifier que U ni arithmétique ni géométrique

2) Soit la suite V définie sur IN* par $v_n = \frac{u_n}{n}$, montrer que V est une suite géométrique

3) Exprimer $V_n$ puis $U_n$ en fonction de n

4) Calculer: $S = \sum_{k=2}^{n} \frac{u_k}{k}$ en fonction de n