

DEVOIR DE SYNTHÈSE N 1

Aucun document n'est permis

Exercice 1 : (4 points)

Cocher la bonne réponse :

1) Pour tout réel x et y , on a $\cos(x+y) =$	a) $\cos x + \cos y$	b) $\cos x \cos y - \sin x \sin y$	c) $\cos x \cos y + \sin x \sin y$
2) $\sin 2x \cos 3x - \cos 2x \sin 3x =$	a) $\sin x$	b) $\cos x$	c) $-\sin x$
3) $\cos\left(-\frac{7\pi}{6}\right) =$	a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	b) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	c) $\frac{1}{2}$
4) $\sin\left(x + \frac{13\pi}{2}\right) =$	a) $\cos x$	b) $\sin x$	c) $-\cos x$
5) $\sin x = \frac{3}{5}$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ on a $\cos x =$	a) $\frac{4}{5}$	b) $-\frac{4}{5}$	c) $\frac{-2}{5}$
6) l'équation $2\cos x + 1 = 0$ a pour solution dans $[0, \pi]$	a) $\frac{2\pi}{3}$	b) $\frac{\pi}{3}$	c) $\frac{4\pi}{3}$
7) Pour tout $x \in \left] \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right[$ on a	a) $\sin x > \frac{1}{2}$	b) $\sin x < \frac{1}{2}$	c) $\sin x = \frac{1}{2}$
8) $(\cos x > 0$ et $\sin x < 0)$ a pour solution dans $] \pi, \pi]$	a) $\left] \frac{-\pi}{2}, 0 \right[$	b) $\left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$	c) $\left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$

Exercice 2 : (5 points)Pour tout $x \in \mathbb{R}$ on pose $f(x) = 1 + \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x$

On rappelle que :

$$\cos 2a = 2 \cos^2(a) - 1 = 1 - 2 \sin^2(a)$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

1) a) Calculer $f\left(\frac{11\pi}{4}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b) Montrer que f est périodique de période π

2) a) Montrer que $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} \sin x + \cos x$, et déduire que $f(x) = 4 \cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

b) En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3) a) Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $] \pi, \pi]$, $f(x) = 0$



b) Résoudre dans \mathbb{R} $2f(x) > 1 + 2\sqrt{3} \sin 2x$

Exercice 3 : (4 points)

La courbe à côté est la représentation graphique

Sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ d'une fonction f

T est la tangente à C_f au point d'abscisse 2

1) Par lecture graphique, déterminer :

a) $f(2)$ et les limites de f en 1^+ , 1^- et $+\infty$

b) $f'(2)$

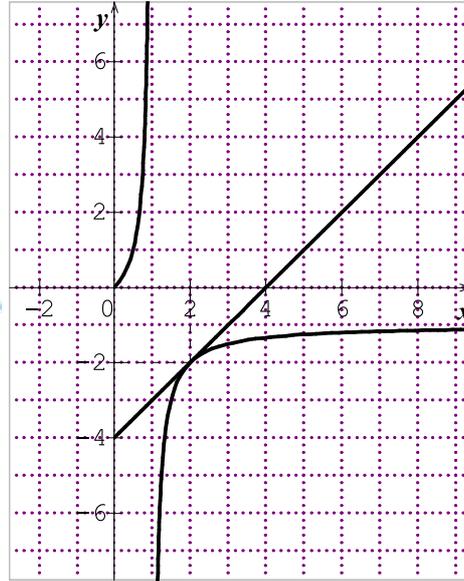
2) On admet que $f(x) = \frac{-x}{|x|-1}$

a) Déterminer le domaine de définition de f

b) Déterminer les limites de f en -1^- , -1^+ et $-\infty$

3) a) Montrer que f est dérivable en -2 et préciser $f'(-2)$

b) Écrire une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse -2



Exercice 4 : (7 points)

$$\text{Soit } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{4x-1}{\sqrt{x(2\sqrt{x}+1)}} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

1) Justifier que f est bien définie sur \mathbb{R}

2) Montrer que f est continue en 1 et Justifier que f est continue sur \mathbb{R}

3) a) Montrer que pour tout $x > 1$, $f(x) = \frac{-1}{\sqrt{x}} + 2$

b) Trouver les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$

4) a) Soit a et $b \in]1, +\infty[$ avec $a < b$, montrer que $f(a) < f(b)$. Que peut-on déduire ?

b) Soit a et $b \in]-\infty, 1]$, montrer que $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = a + b - 2$ et déduire le sens de variation de f sur $]-\infty, 1]$

5) Montrer que f est dérivable à gauche et à droite en 1, f est-elle dérivable en 1 ?

6) a) Soit $x_0 < 1$, Montrer que f est dérivable en x_0 et préciser $f'(x_0)$



b) On note C_f la représentation graphique de f dans un repère orthonormé.

Montrer que la tangente à C_f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ est parallèle à $D : y = -x$

