Lycée Houmet Souk 1 Jerba Prof: Loukil Mohamed	Devoir de Synthèse N : 1 Durée : 2 Heures	3 Technique 06 09 Décembre 2011

EXERCICE N : 1 (3 points)

Sans justification , indiquer pour chacune des questions suivantes , la bonne réponse .

I) ABCD un carré de centre O et de coté 2 cm , alors :

1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à :

a) 0   **b)** 4   **c)** -4

2) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OC}$ est égal à

a) $-\sqrt{2}$ **b)** 0   **c)** -2

II) Soit M un point de la droite (AB) vérifiant $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = -3$ alors :

a) $M \in [AB]$ **b)** $M \in [AB) \setminus [AB]$ **c)** $M \in [BA) \setminus [AB]$

III) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 1$ et $\|\vec{v}\| = 2$.

Le réel $(\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v})$ est égal à :

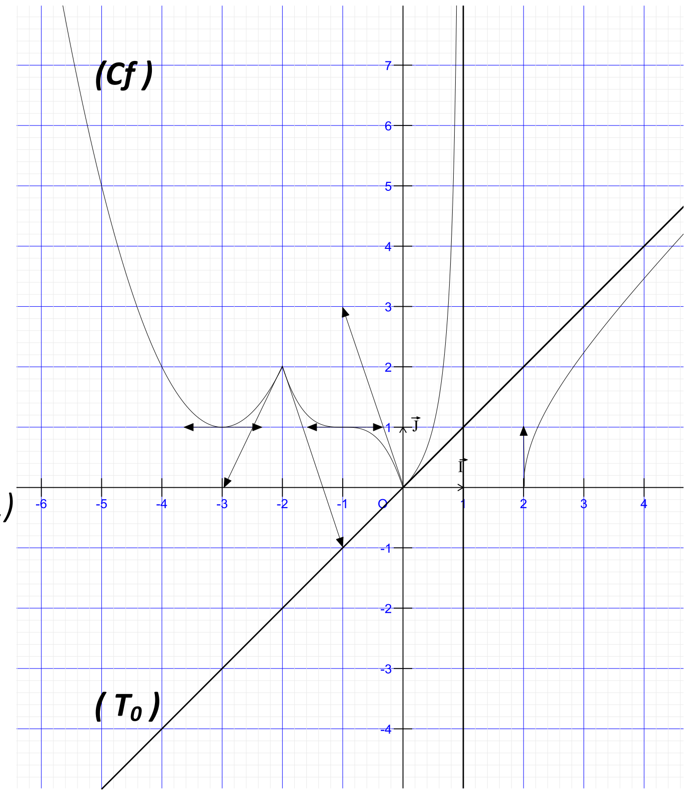
a) 5   **b)** -3 **c)** 0

IV) Si $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$ alors :

a) $\vec{u} = \vec{v}$ **b)** $\vec{u} = \vec{v}$ ou $\vec{u} = -\vec{v}$ **c)** $(\vec{u}+\vec{v}) \perp (\vec{u}-\vec{v})$

EXERCICE N : 2 (6 points)

La figure ci-contre contient la représentation graphique **(Cf)** dune fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et de la demi-tangente **(T_0)** à **(Cf)** au point O.



1) Par lecture graphique , déterminer :

a) Le domaine de définition D_f de f .

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$

c) Les solutions de l'équation : $f'(x) = 0$.

d) $f'_d(-2)$; $f'_g(-2)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{f(x)}{x-2}$.

2) a) Donner une équation de la demi-tangente **(T_0)** .

b) En utilisant l'approximation affine estimer $f(-0,001)$

3) Discuter suivant le paramètre m le nombre de solution(s) de l'équation : $f(x) = m$.

4) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) Calculer $\lim\limits_{x\to1^-} g(x)$; $\lim\limits_{x\to2^+} g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{g(x)-1}{x+3}$

EXERCICE N : 3 (6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = -x^3 + 3x + 1$.

On désigne par **(Cf)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé **R** $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Soit a un réel .

a) Montrer que $f'(a) = -3a^2 + 3$.

b) Donner une équation cartésienne de la tangente **(T)** à **(Cf)** au point d'abscisse 0 .

c) Existe-il une tangente à **(Cf)** strictement parallèle à **(T)** ? Justifier la réponse .

d) Déterminer les points A et B de **(Cf)** dont les tangentes sont perpendiculaires à $\Delta : x - 9y + 3 = 0$

2) Soit g la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 - x^2}{x-1} + 2 & si \quad x \in]-\infty ; 1[\\ g(x) = f(x) & si \quad x \in [1 ; +\infty[\end{cases}$

On désigne par **(Cg)** sa courbe représentative dans le repère **R**

a) Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

b) Montrer que g est continue en 1 .

c) Etudier la dérivabilité de g en 1 . Interpréter géométriquement les résultats obtenus .

EXERCICE N : 4 (5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = 1 + \cos(2x) - \sin(2x)$.

1) a) Calculer : $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ et $f\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$.

b) Montrer que pour tout $x \in IR$; $f(x) = 2\sqrt{2}\cos(x)\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$.

c) Résoudre dans IR l'équation : $f(x) = 0$.

2) a) Montrer que pour tout $x \in IR$; $f(x) = 1 + \sqrt{2}\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

b) Résoudre dans IR l'inéquation $f(x) \leq 2$.

3) Soit $g : [0, 2\pi] \longrightarrow IR$; $x \longmapsto g(x) = \dfrac{f(x)}{\cos(2x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition D_g de g .

b) Montrer que pour tout $\in D_g$; $g(x) = \dfrac{\sqrt{2}\cos(x)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$. **« On peut utiliser $\cos(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$ »**

c) Résoudre dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $g(x) = \sqrt{2}$.