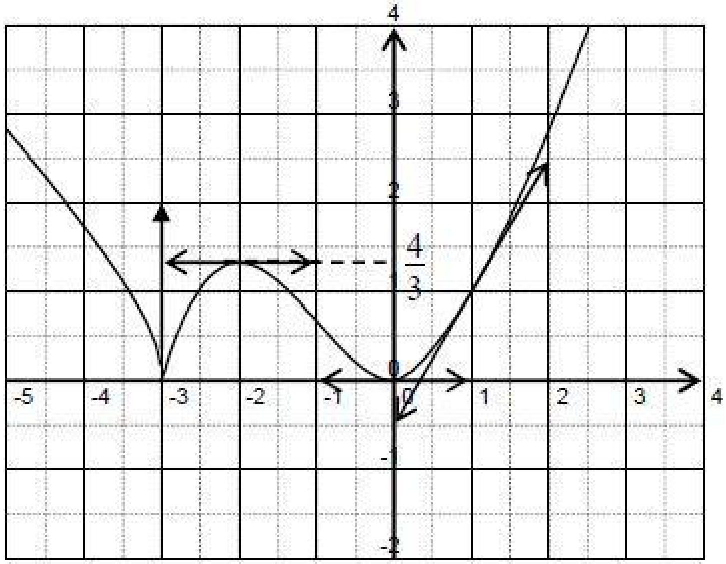
| Lycée Houmet Souk 1 | Devoir de Synthèse N : 1 | 3 Technique 2 & 3 |
|---|---|---|
| Prof : Loukil Mohamed | Durée : 2 Heures | 07 - 12 - 2012 |

## EXERCICE N : 1 ( 6 points )



La courbe **( C f )** ci-contre représente une fonction $f$ définie sur IR .

**I )** Par lecture graphique , déterminer :

**1 )** Les extrema de $f$ et leur nature .

**2 )** Les intervalles où $f$ est dérivable .

**3 ) a )** Les solutions de l'équation : $f(x) = 0$ .

**b )** Les solutions de l'équation : $f'(x) = 0$

**4 )** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ; $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -3^-} \dfrac{f(x)}{x+3}$ .

**5 )** En utilisant l'approximation affine estimer $f(0,99)$ .

**II )** Soit $g$ la fonction définie par : $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$ .

**1 )** Déterminer le domaine de définition de $g$ .

**2 )** Calculer $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x)$ ; $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{g(x)-1}{x-1}$ .

## EXERCICE N : 2 ( 6 points )

Soit la fonction $f$ définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x + m & \text{si} \quad x \leq -1 \\ \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x+1} & \text{si} \quad -1 < x < 2 \\ \sqrt{x^2 - 2x} & \text{si} \quad 2 \leq x \end{cases}$ où $m$ paramètre réel .

On désigne par **( C f )** sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

**I ) 1 )** Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

**2 )** Etudier la continuité de $f$ en $2$ .

**3 )** Etudier la dérivabilité de $f$ à droite en $2$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu .

**4 )** Déterminer le réel $m$ pour que $f$ soit continue en $-1$ .

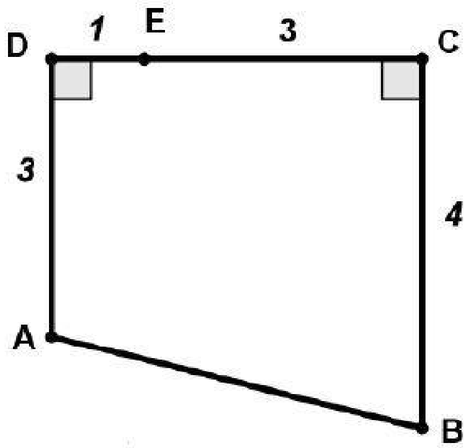
**II ) On prend pour toute la suite $m = -2$ .**

**1 )** Soit $a \in ]-\infty ; -1[$ ; montrer que $f'(a) = 4a + 5$ .

**2 )** Ecrire une équation cartésienne de la tangente **( T )** à **( C f )** au point d'abscisse $-2$ .

**3 )** Déterminer les points $A$ et $B$ de **( C f )** dont les tangentes passent par le point $C(-3 ; -1)$ .

## *EXERCICE N : 3 ( 4 points )*




*ABCD un trapèze rectangle en C et D et E un point du segment [DC] tels que $AD = 3$ ; $DE = 1$ et $DC = BC = 4$ .*

**1 )** *Calculer les distances EA , EB et AB .*

**2 ) a )** *Calculer* $\overrightarrow{ED}.\overrightarrow{EC}$ *et* $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB}$ .

**b )** *En utilisant la relation de Chasles , montrer que* $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB} = 9$ .

**c )** *Déduire la valeur de* $\cos(\widehat{AEB})$ .

**3 ) a )** *Calculer* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$ *et* $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CE}$ .

**b )** *Déduire que les droites ( CA ) et ( BE ) sont perpendiculaires .*

## *EXERCICE N : 4 ( 4 points )*

**A )** *Soit la fonction g définie sur IR par :* $g(x) = \cos(x)$

**1 )** *Résoudre dans IR puis dans* $[0\ ;\ \pi\ ]$ *l'équation* $g(x) = 0$ .

**2 )** *Résoudre dans IR puis dans* $[0\ ;\ \pi\ ]$ *l'inéquation* $g(x) > 0$ .

**B )** *On considère la fonction* $f : [0\ ;\ \pi\ ] \longrightarrow IR\ ;\ x \longmapsto f(x) = \dfrac{\sin(2x) - \sqrt{3}\cos(x)}{g(x)}$ .

**1 ) a )** *Déterminer* ***Df*** *le domaine de définition de f .*

**b )** *Montrer que pour tout* $x \in$ ***Df*** *on a :* $f(x) = 2\sin(x) - \sqrt{3}$ .

**2 )** *Résoudre dans* $[0\ ;\ \pi\ ]$ *l'inéquation :* $f(x) \geq 0$ .

*Bon travail.*