Devoir de synthése n°1

Exercice 1 :(3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre qui correspond

1) $\cos\left(\frac{23\pi}{3}\right) =$

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{-1}{2}$

2) $\lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+2} - 2x\right) =$

a) 0 b) $-\infty$ b) $+\infty$

3) la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv -\frac{179\pi}{6}[2\pi]$ est :

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $-\frac{\pi}{6}$ c) $\frac{5\pi}{6}$

Exercice 2 :(6points)

Soit f la fonction définie par: $\begin{cases} f(x) = \frac{x+2}{x-1} & \text{si } x \le 0 \\ f(x) = x^2 + x - 2 & \text{si } 0 \langle x \le 2 \\ f(x) = \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{si } x \rangle 2 \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f

2) Calculer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

3)a) Montrer que f est continue en 0

b) Etudier la continuité de f en 2.

4) Déduire le domaine de continuité de f

Exercice 3 :(2points)

La référence d'une cartouche d'encre est composée d'une lettre choisie dans l'ensemble $\{A, H, S, T\}$ et d'un chiffre de l'ensemble $\{1,3,5\}$

Ecrire et dénombrer toutes les références possibles .en utilisant un arbre de choix

Exercice 4 :(6points)

I) Résoudre dans IR les équations suivantes

1) $\cos\left(3x+\frac{4\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

II)

1) Soit $f(x)=1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x$

a) Calculer : $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b) Montrer que pour tout $x\in IR$ on a : $2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}\sin x+\cos x$ et déduire que $f(x)=4\cos x.\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$

c) En déduire la valeur de $\cos\frac{\pi}{12}$

Exercice5 :(4points)

On considère la suite (U_n) définie sur IN par: $\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=2-\frac{1}{U_n} \quad n\in \text{IN} \end{cases}$

1) a) Montrer que pour tout entier naturel n, on a: $U_n \rangle 1$.

b) Montrer que (U_n) est une suite décroissante.

2) Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n=3+\frac{1}{U_n-1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme v_n

b) Exprimer v_n en fonction de n .En déduire $U_n=\frac{n+2}{n+1}$ pour tout entier naturel n,

c) Calculer la limite de la suite (U_n)