

Le sujet comporte 2 pages numérotées de 1/2 à 2/2

Exercice n°1 (6pts):

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant a la réponse choisie

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse incorrecte ou l'absence de réponse vaut 0 point.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} dont la représentation graphique, dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) est la courbe (C_f) ci-dessous. On donne :

*La courbe (C_f) admet en chacun des points $B(0;2)$ et $C(2;0)$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

*La tangente à la courbe (C_f) en $A(1;1)$ passe par le point $J(3;-2)$.

1) $f(3) =$

- a) 3 b) 2 c) -2

2) $f'(0) =$

- a) 0 b) 2 c) -1

3) $f'(1) =$

- a) 0 b) 1 c) $-\frac{3}{2}$

4) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$

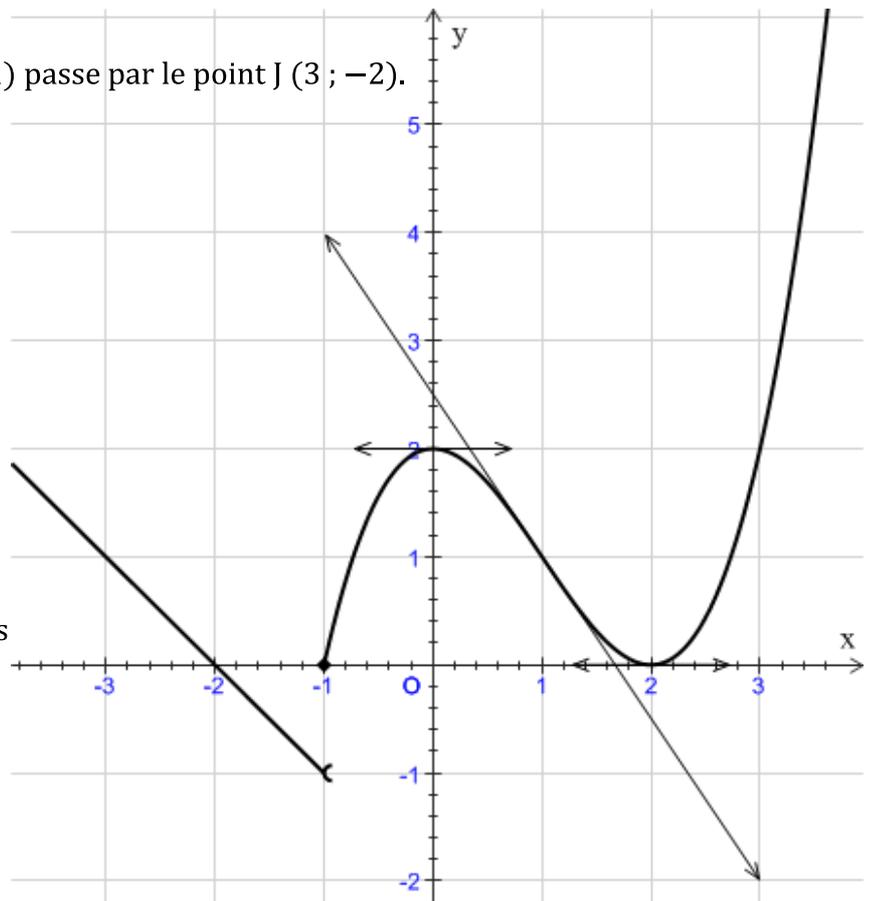
- a) -1 b) 0 c) n'existe pas

5) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{f(x)} =$

- a) -1 b) 0 c) $+\infty$

6) L'équation $f(x) = 0$ admet :

- a) une seule solution b) deux solutions c) trois solutions



Exercice n°2(6pts)

$$\text{Soit } f \text{ la fonction définie par } f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} & \text{si } x \in]-\infty; 1[\\ \frac{\sqrt{x+3} + 3}{x} & \text{si } x \in [1; +\infty[\end{cases}$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de f
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 2x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 3) a / Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
b / f est-elle continue en 1 ?
- 4) Déterminer le domaine de continuité de f
- 5) a / Montrer que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$
b / Donner l'équation de la tangente à la courbe de f en $A(0 ; 3)$

Exercice n°3(3pts)

- 1) Montrer que :
a / $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(\pi + x) + \sin x = 0$
b / $\cos\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \cos\frac{7\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8} = 1$
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} : $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0$

Exercice n°4(5pts)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

- 1) Calculer $f(0)$ et $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- 2) Montrer que $f\left(\frac{11\pi}{12}\right) = \frac{3}{2}$
- 3) a / Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = 2\sqrt{3}\cos^2 x - \sqrt{3}$
b / En déduire que $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$
c / En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$
d / Résoudre dans \mathbb{R} : $f(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \quad ; \quad \sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad ; \quad \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a \quad \sin(2a) = 2\sin a \cos a$$

